

Mémoire présenté le : 26 septembre 2023

**pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA
et l'admission à l'Institut des Actuaires**

Par : JULLIEN Léonard

Titre Modélisation marché de l'Accident du Travail en réassurance

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

*Membre présents du jury de l'Institut
des Actuaires*

signature

Entreprise :

Nom : Swiss Re

Signature :

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Bourneau Cedric

Signature : 

Invité :

Nom :

Signature :

**Autorisation de publication et de mise
en ligne sur un site de diffusion de
documents actuariels (après expiration
de l'éventuel délai de confidentialité)**

Signature du responsable entreprise



Signature du candidat



Résumé

Mots clés : réassurance, accident du travail, modélisation par expérience, construction d'indices, burning cost, tranche d'observation.

La réassurance impacte quotidiennement notre société. Souvent méconnue du grand public, elle permet aux assureurs d'honorer leurs engagements vis à vis de leurs assurés. Son importance prend une ampleur d'autant plus grande dans les branches corporelles : lorsque la santé physique d'un individu est impactée, il est primordial qu'il soit couvert et indemnisé le plus efficacement possible.

La ligne d'activité Accident du Travail est une de ces branches. Une personne blessée dans le cadre de l'exercice de ses fonctions doit jouir d'une réparation financière rapide et ajustée à son niveau d'incapacité. Les frais engendrés par de tels drames pouvant être élevés (hospitalisation, aide à la personne), il est nécessaire que le processus d'indemnisation s'adapte à chacun.

En France, cette couverture est gérée par la Sécurité Sociale, et n'appartient donc pas au secteur privé. En Belgique, il est du devoir de chaque employeur de souscrire une assurance Accident du Travail pour ses salariés. Comme les autres branches, celle-ci appelle à de la réassurance, et Swiss Re fait partie des acteurs majeurs œuvrant sur ce marché.

A l'occasion de chaque renouvellement, les cédantes transmettent leurs données aux réassureurs en vue de tarifer les structures de réassurance dont elles ont besoin. L'objectif de ce mémoire est de proposer un modèle de tarification marché de la branche Accident du Travail. Adaptable au portefeuille de chaque cédante, il améliorerait la tarification individuelle en palliant des insuffisances telles que le manque de données historiques de certains assureurs et en accélérant le procédé de détermination de la sinistralité espérée. Basée sur une méthode par expérience, l'approche développée dans ce mémoire sera probabiliste, et aura pour but de déterminer la modélisation représentant le mieux les données historiques.

Abstract

Key words : reinsurance, worker's compensation, historical model, index construction, burning cost, observation layer.

Reinsurance has a daily impact on our society. Often unknown to the general public, it allows insurers to honor their commitments to their policyholders. Its importance becomes even more significant in bodily injury branches : when an individual's physical health is affected, it is essential that they are covered and compensated as efficiently as possible.

The Workers' Compensation line of business is one of these branches. An individual who is injured while performing their job duties should receive prompt and appropriately adjusted financial compensation based on their level of disability. As the costs associated with such tragedies can be high (hospitalization, personal assistance), it is necessary that the compensation process is tailored to each individual.

In France, this coverage is managed by the *Sécurité Sociale* system and therefore does not belong to the private sector. In Belgium, it is the duty of each employer to take out a Work Accident insurance policy for their employees. Like other branches, this one requires reinsurance, and Swiss Re is one of the major players operating in this market.

At each renewal, ceding companies transmit their data to reinsurers in order to price the reinsurance structures they need. The objective of this study is to propose a market pricing model for the Work Accident branch. Adaptable to the portfolio of each ceding company, it would improve individual pricing by compensating shortcomings such as the lack of historical data from certain insurers and by accelerating the process of determining expected losses. Based on an experience rating method, the approach developed in this study will be probabilistic and aim to determine the modeling that best represents historical data.

Note de synthèse

Mots clés : réassurance, accident du travail, modélisation par expérience, construction d'indices, burning cost, tranche d'observation.

Introduction

L'accident du travail est une branche à part entière de l'assurance comme de la réassurance. Tous les marchés n'y sont pas confrontés de la même manière : en France, la Sécurité Sociale et le régime Accident du Travail gère les indemnisations relatives à ces situations. Mais dans de nombreux autres pays, comme c'est le cas en Belgique, l'assurance accident du travail relève du privé : il est de la responsabilité de chaque employeur de souscrire une telle assurance pour ses salariés. Elle est bien sûr obligatoire, et est soumise à une régulation particulièrement stricte. Le montant de l'indemnisation dépend de nombreux paramètres présentés plus loin dans ce mémoire, mais aussi des décisions rendues par la justice. C'est pourquoi il s'agit d'une branche à cadence de règlement longue. L'état de santé d'une victime pouvant se dégrader soudainement et les jugements étant parfois délivrés après des années de délibération, il arrive que des sinistres soient réévalués et voient leur montant drastiquement augmenter. Cette ligne d'activité nécessite donc une attention particulière, autant dans l'analyse des données que dans leur modélisation.

Appartenant au domaine assurantiel, l'accident du travail fait naturellement partie de celui de la réassurance. A l'occasion des renouvellements annuels, les cédantes transmettent leurs données aux acteurs du marché tels que Swiss Re, afin que ces derniers tarifient les traités de réassurance. Sont transmises les cotisations perçues, les sinistres reportés ainsi que leur évolution depuis leur année de survenance. Dès lors, le modèle de tarification utilisée est de première importance : un prix trop élevé poussera les cédantes à se réassurer chez la concurrence, tandis qu'une prime trop faible ne permettra pas d'absorber les pertes à charge des traités. La bonne compréhension des portefeuilles des cédantes ainsi que la modélisation au plus proche de l'historique observé est donc indispensable. C'est dans ce cadre que s'inscrit ce mémoire.

Contexte et problématique

La campagne de renouvellement est généralement assez dense : en fin d'année, les assureurs souhaitent placer leurs programmes de réassurance toutes lignes d'activité confondues. A cette période, les travaux faits en cours d'année pour automatiser les processus de traitement des données et la tarification prennent tout leurs sens. Ils permettent de répondre plus rapidement aux besoins des cédantes et donnent de la matière dans les négociations qui s'ensuivent. La modélisation des risques est donc un élément central de cette période, qui si elle est correctement calibrée, peut faire la différence entre un réassureur et un autre.

La tarification individuelle des traités de réassurance prend beaucoup de temps : pour chaque

cédante, il faut analyser et appliquer des retraitements au sinistres comme aux primes, étudier sa méthode de provisionnement pour ensuite appliquer un modèle mathématique, qui donnera finalement la sinistralité espérée (et donc la prime pure) de la structure de réassurance. Dans certains cas, si l'assureur est un acteur récent sur le marché de l'accident du travail, il peut arriver qu'il ait peu voire pas de données à fournir : la tarification individuelle sur historique devient alors impossible.

Objectifs

L'étude menée dans ce mémoire tente de répondre à ces limites. Le but est de développer un modèle marché, basé sur les données de toutes les cédantes du portefeuille Swiss Re. En agglomérant les informations, on obtient un portefeuille global représentant une partie conséquente du marché de l'accident du travail en Belgique, qu'on suppose représentatif de la réalité. L'objectif final est de développer un modèle probabiliste basé sur ces données, capable de donner, pour n'importe quel programme de réassurance, la sinistralité marché et d'en déduire, par un indicateur d'exposition, celle de chaque cédante.

Construction de la base de données

Comme énoncé plus haut, cette étude s'est basée sur l'agglomération des portefeuilles de neuf assureurs belges, œuvrant notamment sur le marché de l'accident du travail. En terme d'exposition, les données couvrent plus de 90% du marché, on considère donc qu'elles sont représentatives. Ci-dessous figure la proportion de chaque assureur au sein du portefeuille considéré, en terme de primes collectées.

Proportions des acteurs considérés au sein de l'échantillon

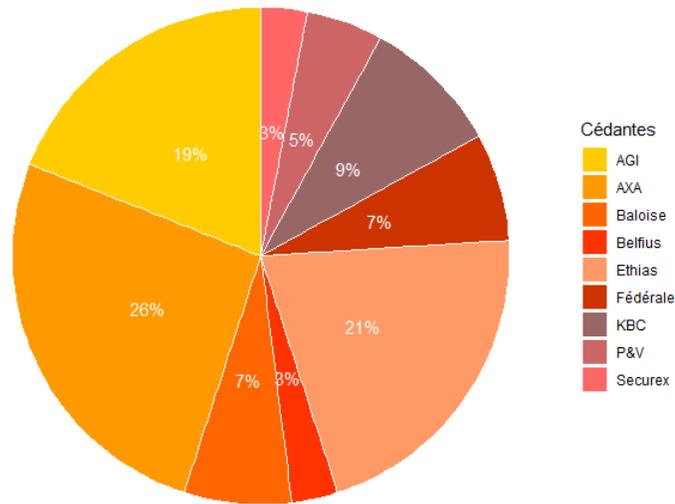


FIGURE 1 – Tailles comparatives des cédantes considérées

Les acteurs principaux sont donc AXA, Ethias et AG Insurance, complétés par six autres cédantes. Les données sont transmises sur plusieurs années d'historique, et correspondent aux primes perçues au titre de la garantie accident du travail ainsi qu'à l'évolution de la sinistralité liée à cette ligne d'activité. Les sinistres sont transmis sous forme de triangle de règlement, permettant d'apprécier l'évolution de leur provisionnement de leur date de survenance jusqu'à leur paiement complet. D'autre part, comme il est d'usage en réassurance, les cédantes ne déclarent que les sinistres ayant dépassé le seuil de rétention qu'elles se fixent. En l'occurrence, le seuil le plus bas étant de € 500k, notre modélisation démarrera à partir de ce point. Pour la sinistralité inférieure à ce montant, nous ne disposons d'aucune information. Les seuils de déclaration anonymisés sont détaillés plus loin dans ce mémoire.

Analyse et traitement des données

L'étude de la sinistralité faite dans ce mémoire a été découpée en plusieurs tranches d'observations. Cette approche est justifiée par le fait que les cédantes ne provisionnent pas de la même manière un sinistre "commun" et un sinistre plus grave. Cette différence de provisionnement nous incite à ne pas modéliser de la même manière les tranches basses des structures de réassurance et celles dont la rétention serait plus haute, et donc à segmenter notre étude. Les tranches étudiées sont détaillées ci-dessous :

Tranche 1	∞ xs 500 000
Tranche 2	∞ xs 550 000
Tranche 3	∞ xs 600 000
Tranche 4	∞ xs 800 000
Tranche 5	∞ xs 1 000 000
Tranche 6	∞ xs 1 500 000
Tranche 7	∞ xs 2 000 000
Tranche 8	∞ xs 2 500 000
Tranche 9	∞ xs 3 000 000

Ainsi, un même sinistre ne participe pas de la même manière dans chaque tranche. Sa contribution dans une tranche de priorité P est donnée par la formule :

$$Montant = \max (Sinistre - P; 0) \quad (1)$$

Plus la priorité augmente, moins la contribution du sinistre est grande, jusqu'au moment où il ne la dépasse plus et n'est plus comptabilisé. De cette manière, si tous les sinistres transmis interviennent dans la tranche dont le point d'attachement est de € 500k, seuls les plus graves contribuent à celles dont la rétention est supérieure à € 2m. Cette segmentation permet de se rendre compte de l'évolution du provisionnement des cédante, qui de toute évidence n'est pas linéaire.

L'étape suivante a été la construction d'indices de revalorisation. Les montants de prime comme de sinistres étant exprimés à leur valeur initiale (année de survenance), il a donc été nécessaire de leur appliquer l'effet de l'inflation. Ces indices de revalorisation sont d'autant plus importants dans le contexte que nous connaissons aujourd'hui : la hausse du coût de la vie impacte directement les montants des indemnités. L'étape suivante a été de projeter les sinistres jusqu'à leur montant ultime. En effet, comme abordé plus haut, l'accident du travail est une branche dite "longue", et un même sinistre peut évoluer au cours de sa vie (évolution des séquelles, nouvelles décisions de justice). Les triangles de règlement transmis par les cédantes ont permis de développer la sinistralité jusqu'à l'ultime, délai au-delà duquel elle n'évolue plus. Ce développement a été fait à l'aide de méthodes de provisionnement telles que Chain Ladder et Cape Cod. L'application de la revalorisation et de la projection de la sinistralité est observable sur cette figure :

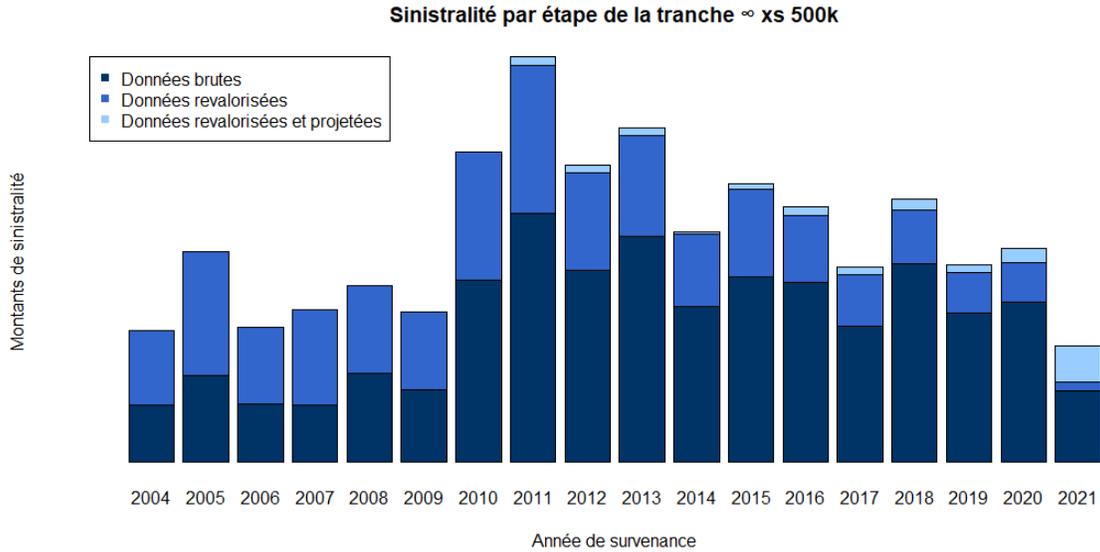


FIGURE 2 – Sinistralité par étape de la tranche ∞ xs 500k

L'impact de ces retraitements est ici représenté sur la tranche ∞ xs 500k. Leurs effets sont opposés dans leur sens : plus l'année est ancienne, plus l'application de l'indice augmente le montant de sinistralité, mais moins la projection est importante. En effet, plus l'année de survenance est éloignée, plus les conséquences de l'inflation sont conséquentes. Inversement, plus elle est proche, plus la sinistralité est récente, et plus son horizon de projection est étendu. L'impact du développement à l'ultime est donc d'autant plus fort.

Modélisation de la sinistralité

La modélisation probabiliste des données est la dernière étape de ce mémoire. Le calcul des montants de sinistralité effectué auparavant a permis de montrer qu'ils n'ont de sens que s'ils sont rapportés aux primes perçues pour la même année de survenance. Une année plus sinistrée qu'une autre n'est pas nécessairement "moins bonne" : si le portefeuille contient plus de police ou que le niveau de couverture a augmenté, c'est totalement normal. L'indicateur d'exposition permettant de mesurer ce rapport de sinistralité à prime est le *burning cost*. Il est défini par :

$$BC_{P,L} = \frac{S_{P,L}}{e_{P,L}}$$

Où $BC_{P,L}$ est le *burning cost* de la tranche de priorité P et de limite L (soit de portée $L - P$), $S_{P,L}$ et $e_{P,L}$ étant respectivement la sinistralité à charge de cette tranche et le facteur d'exposition (ici la prime). Ainsi, plutôt que la sinistralité projetée, ce sont ces *burning costs* qui ont été modélisés. Pour ce faire, une approche par un modèle collectif fréquence-sévérité a été retenue. La loi de fréquence utilisée est celle de Poisson, couramment employée en assurance et réassurance dans ce genre de modélisation. Concernant la sévérité, il a été indiqué plus haut

que les données n'étaient observées qu'au delà du seuil minimal de déclaration de sinistralité, d'un montant de € 500k. Ainsi, pour satisfaire cette contrainte, deux lois de probabilité ont été sélectionnées : les lois de Pareto et de Benktander (type II). Basés sur l'expression générale du *burning cost* suivante :

$$BC_{P,L} = \frac{E(S_{P,L})}{e} = \frac{E(N)E(X_{P,L})}{e} = \frac{E(N)}{e} \int_P^L 1 - F_X(t)dt \quad (2)$$

Où $S_{P,L}$ correspond à la sinistralité de la tranche de priorité P et de limite L , N est la variable aléatoire de fréquence et suit une loi de Poisson $P(\lambda)$, et $X_{P,L}$ représente la sévérité, suivant alternativement une loi de Pareto et de Benktander. Les résultats de la régression de ces modèles sont regroupés dans le graphique ci-dessous :

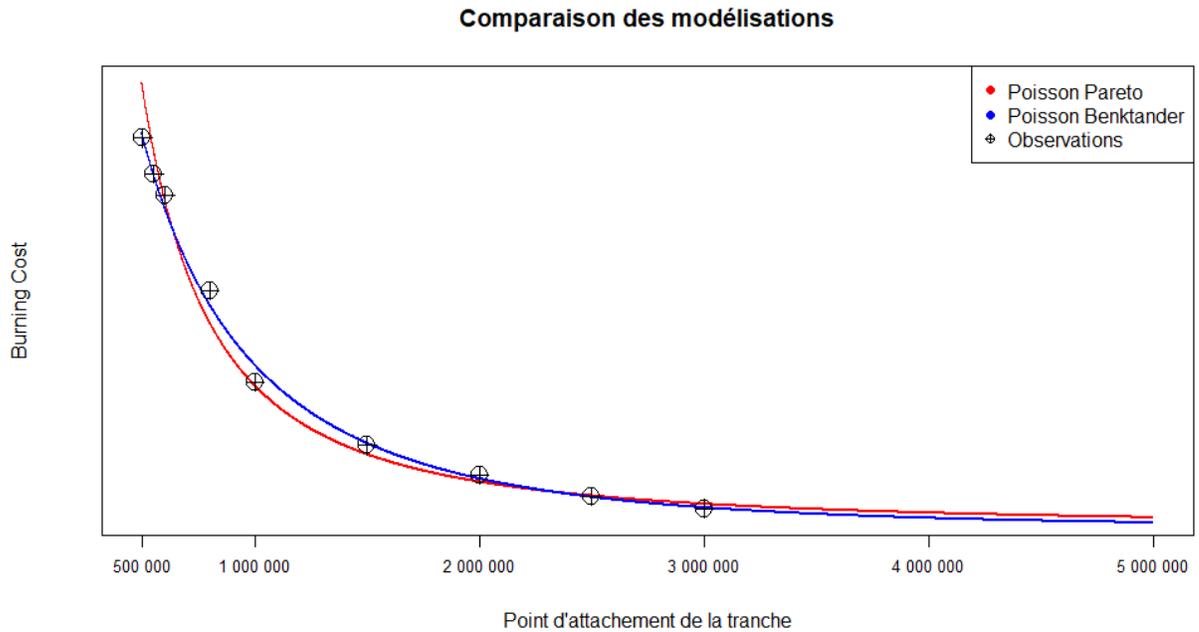


FIGURE 3 – Comparaison des modèles calibrés

La superposition des données observées et des courbes de *burning costs* montre que le modèle de Poisson-Benktander, moins convexe que le Poisson-Pareto, est plus adapté. Ce constat est confirmé par le tableau suivant, regroupant les RMSE (*Root Mean Squared Error*) des deux modèles :

RMSE Pareto	RMSE Benktander
0,1071	0,0609

La modélisation retenue est donc celle de Poisson-Benktander. La dernière étape est l'adaptation du modèle à chaque cédante. La régression effectuée ci-dessus est à l'échelle du marché, et le facteur d'exposition retenu a été la part de marché de la cédante en montants de prime.

Ainsi, en notant e_i les cotisations de l'assureur i et e l'exposition totale du marché, on peut écrire :

$$\begin{aligned}
 S_{P,L} &= BC_{P,L} \times e_{P,L} \\
 S_{i,P,L} &= S_{P,L} \times \frac{e_{i,P,L}}{e_{P,L}} = BC_{P,L} \times e_{P,L} \times \frac{e_{i,P,L}}{e_{P,L}} \\
 S_{i,P,L} &= BC_{P,L} \times e_{i,P,L}
 \end{aligned}$$

Où $S_{i,P,L}$ est la sinistralité à charge de la cédante i . C'est sur cette base finale que les primes pures des traités ont été déterminées.

Limites du modèle

Ce modèle présente toutefois certaines limites. Tout d'abord, les données sur lesquelles il se base sont tronquées : du fait des seuils de déclaration, elles ne permettent pas d'observer la sinistralité en deçà de € 500k. Par conséquent, les travaux effectués dans ce mémoire ne permettent pas de tarifer au plus juste les tranches dont la rétention est inférieure à € 500k.

De même, les tranches hautes souffrent d'un problème similaire. Le modèle dispose de peu de données de référence pour se calibrer, non pas car ils ne sont pas déclarés comme dans la situation précédente, mais parce que les sinistres graves sont plus rares. Ainsi, pour des priorités élevées, une approche spécifique serait préférable à la modélisation développée dans ce mémoire.

En revanche, ce modèle est parfaitement adapté pour les tranches basses et intermédiaires. Dans les faits, les rétentions des traités de réassurance en accident du travail attachent presque toujours plus haut que le seuil de € 500k, et ne dépassent jamais des montants extrêmes. Dans la plupart des cas donc, cette modélisation est totalement valide, et a d'ailleurs été employée lors du dernier renouvellement.

Perspectives

Afin de compléter la modélisation, il pourrait être pertinent de développer une vision différente, adaptée aux tranches les plus élevées. Disposant pour cela de peu d'informations historiques issues des cédantes, une approche par exposition avec des bandes de sommes assurées peut être envisageable. La modélisation de la sinistralité CAT pourrait faire l'objet d'une étude à part entière.

Sur l'adaptation du modèle aux portefeuilles de chaque cédante, d'autres approches peuvent également être proposées : le facteur d'exposition retenu ici est le montant de primes perçues, mais il pourrait être affiné. La prise en compte de la politique de souscription de la cédante (agressive et peu prudente, ou au contraire conservatrice et plus réservée), ou des particularités de son portefeuille (ligne d'activité assurée, les cols bleus et blancs n'ayant pas les mêmes

probabilités d'être victimes d'accident du travail).

Conclusion

L'accident du travail est une branche à part entière de la réassurance. Elle nécessite une modélisation particulière, basée sur le portefeuille des cédantes. Toutefois, la période de renouvellement étant particulièrement chargée et les tarifications au cas par cas prenant un temps considérable, il peut être pertinent de développer des alternatives.

C'est dans ce travail de recherche que s'est inscrit ce mémoire. La création d'un modèle marché global, adaptable par la suite à chaque assureur possède plusieurs avantages : une uniformisation du processus de tarification, un gain de temps, et une base commune de comparaison des cédantes, permettant d'identifier les "mauvais" acteurs des meilleurs.

Bien que perfectible, le modèle proposé est utilisable dans la quasi totalité des traités de réassurance. Sa validité pour la sinistralité attritionnelle et moyenne en fait sa force, là ou il pêche pour des rétentions élevées ou au contraire très basses. Ces points ont été abordés plus haut.

Finalement, des points d'amélioration ont été proposés : la complétion de ce premier modèle par un second traitant de la sinistralité exceptionnelle, une méthode de calibration plus fine... Les travaux présentés dans ce mémoire constituent une base solide de ce que peut être la modélisation générale de l'accident du travail, et sont largement prolongeables pour satisfaire à des cas plus particuliers.

Executive Summary

Key words : reinsurance, worker's compensation, historical model, index construction, burning cost, observation layer.

Introduction

Workers' compensation is a distinct branch of insurance and reinsurance. Not all markets are faced with it in the same way : in France, the *Sécurité Sociale* and the *Régime Accident du Travail* manage compensation related to these situations. But in many other countries, as is the case in Belgium, workers' insurance belongs to the private sector. It is the responsibility of each employer to take out such insurance for their employees. It is of course mandatory and subject to particularly strict regulation. The amount of compensation depends on many parameters presented later in this paper, but also on decisions rendered by the courts. This is why it is a long tail branch. The health status of a victim can suddenly deteriorate and judgments are sometimes delivered after years of deliberation, which means that some losses may be reassessed and their amount drastically increased. This line of business therefore requires particular attention, both in the analysis of data and in their modeling.

As part of the insurance industry, workers' compensation naturally fall within the scope of reinsurance. At the time of annual renewals, ceding companies transmit their data to market players such as Swiss Re, so that they can price reinsurance treaties. The premiums collected, reported claims, and their evolution since the year of occurrence are conveyed. Therefore, the pricing model used is of primary importance : a price that is too high will push ceding companies to reinsure with the competition, while a too low premium will not allow for the absorption of losses under the treaties. Understanding ceding companies' portfolios and modeling them as closely as possible to the observed history is therefore essential. This is the framework for this paper.

Context and problematic

The renewal campaign is usually quite intense : at the end of the year, insurers want to place their reinsurance programs for all lines of business. During this period, the work done throughout the year to automate data processing and pricing processes becomes crucial. It allows for a quicker response to cedants' needs and provides arguments for the ensuing negotiations. Risk modeling is therefore a central element of this period, which, if properly calibrated, can make the difference between one reinsurer and another.

Individual pricing of reinsurance treaties takes a lot of time : for each ceding company, claims and premiums need to be analyzed and adjusted, its provisioning method needs to be studied, and then a mathematical model needs to be applied, which will finally provide the expected loss ratio (and therefore the pure premium) of the reinsurance structure. In some cases, if the insurer is a recent player in the workers' compensation market, they may have little to no data

to provide, making individual pricing based on historical data impossible.

Objectives

The study conducted in this paper aims to address these limitations. The goal is to develop a market model based on data from all cedants in Swiss Re's portfolio. By aggregating information, a global portfolio representing a significant portion of the Belgian workers' compensation market is obtained, which is assumed to be representative of reality. The ultimate objective is to develop a probabilistic model based on this data that can provide the market loss ratio for any reinsurance program and, through an exposure indicator, derive the loss ratio for each cedant.

Database construction

As stated earlier, this study was based on the aggregation of nine Belgian insurers' portfolios, which work in the workers' compensation market (among others). In terms of exposure, the data covers more than 90% of the market, so it is considered to be representative. Below are represented the market shares of each insurer within the portfolio considered, in terms of collected premiums.

Proportions of the considered actors within the sample

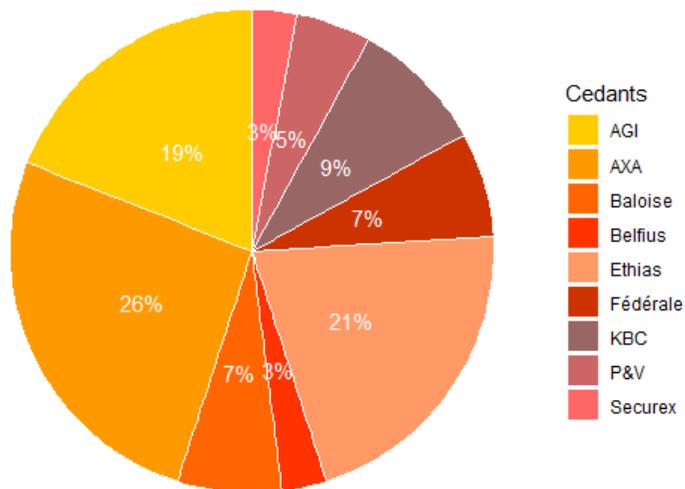


FIGURE 4 – Proportions of Belgian cedants within the study

The main players are AXA, Ethias, and AG Insurance, supplemented by six other cedants. The data covers multiple years of history and corresponds to premiums collected under the wor-

kers' compensation guarantee as well as the evolution of the related claims experience. Claims are reported in the form of a claims triangle, allowing for the appreciation of their reserving evolution from occurrence date to complete payment. Moreover, as is customary in reinsurance, cedants only report claims exceeding their retention threshold. In this case, the lowest threshold being €500k, our modeling will start from this point. For claims experience below this amount, we have no information. The anonymized reporting thresholds are detailed further in this report.

Data analysis and processing

The study of the claims experience has been divided into several observation layers. This approach is justified by the fact that insurers do not earmark a "common" claim and a more severe claim in the same way. This difference in reserving leads us not to model the lower layers of the reinsurance structures in the same way as higher retentions' ones, and therefore to segment our study. Studied layers are detailed below :

Layer 1	∞ xs 500 000
Layer 2	∞ xs 550 000
Layer 3	∞ xs 600 000
Layer 4	∞ xs 800 000
Layer 5	∞ xs 1 000 000
Layer 6	∞ xs 1 500 000
Layer 7	∞ xs 2 000 000
Layer 8	∞ xs 2 500 000
Layer 9	∞ xs 3 000 000

Thus, the same claim does not participate in the same way in each layer. Its contribution in a P priority layer is given by the formula :

$$Amount = \max (Loss - P; 0) \tag{3}$$

The higher the retention, the less the loss contributes, until it no longer exceeds it and is no longer counted. In this way, if all the transmitted losses occur in the tranche whose attachment point is €500k, only the most severe ones contribute to those whose retention is above €2m. This segmentation allows us to understand the evolution of the cedant's reserving, which is clearly not linear.

The next step was the construction of revaluation indexes. Since the premium and loss amounts are expressed at their initial value (occurrence year), it was necessary to apply the effect of inflation to them. These revaluation indexes are all the more important in the context we know today : the rise in the cost of living directly impacts the amounts of compensation. The next step was to project losses to their ultimate amount. As mentioned earlier, workers' compensation is a so-called "long-tail" line of business, and the same loss can evolve over time (evolution of sequelae, new court decisions). The settlement triangles transmitted by the cedants made it possible to develop losses to the ultimate amount, the limit beyond which they no longer evolve. This development was carried out using reserving methods such as Chain Ladder and

Cape Cod. The application of revaluation indexes and loss projection can be observed in this figure :

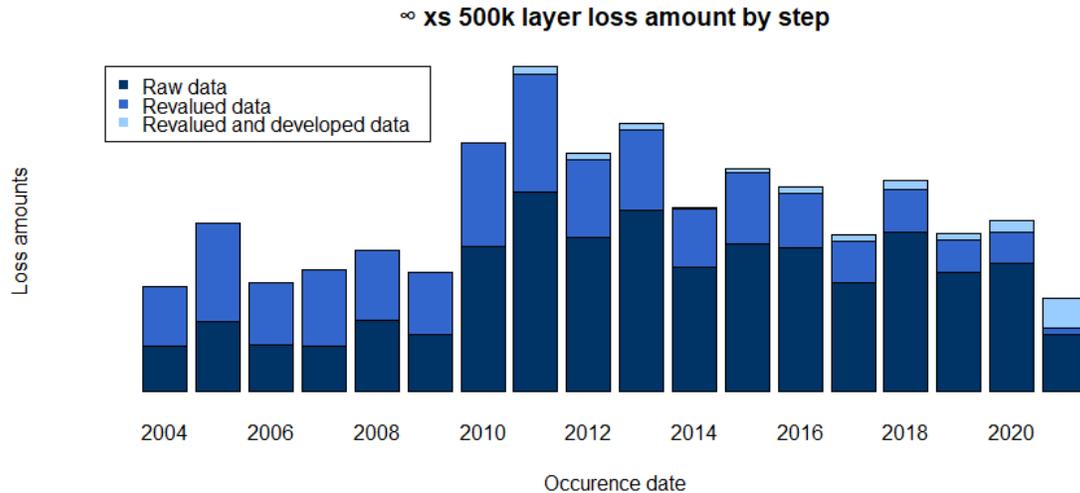


FIGURE 5 – ∞ xs 500k layer loss amount by step

The impact of these adjustments is shown above on the ∞ xs 500k layer. Their effects are opposite (chronologically speaking) : the older the year, the more the application of the index increases the loss amount, but the less important the development is. Indeed, the farther away the occurrence date is, the more significant the consequences of inflation are. Conversely, the more recent the loss occurrence, the more recent the loss is, and the longer its projection horizon is. The impact of development to ultimate is therefore all the more significant.

Loss modeling

The probabilistic modeling is the final step of this thesis. The calculation of the losses amounts carried out previously showed that they only make sense if they are compared to the premiums received for the same occurrence year. A year with more losses than another is not necessarily "worse" : if the portfolio contains more policies or if the coverage level has increased, it is totally normal. The exposure indicator used to measure this ratio of losses to premiums is the burning cost. It is defined as :

$$BC_{P,L} = \frac{S_{P,L}}{e_{P,L}}$$

Where $BC_{P,L}$ is the burning cost of the layer characterized by a P retention and a L limit (corresponding to a $L - P$ cover), $S_{P,L}$ and $e_{P,L}$ are respectively the losses and exposure (i.e., premium) of this class. Therefore, these burning costs were modeled instead of projected

losses. To do so, a collective frequency-severity modeling approach was adopted. The frequency distribution used was the Poisson distribution, commonly used in insurance and reinsurance for this type of modeling. Regarding severity, it was mentioned earlier that the data were only observed above a minimum loss reporting threshold of € 500k. Thus, to satisfy this constraint, two probability distributions were selected : the Pareto distribution and the Benktander type II distribution. Based on the general expression of the burning cost as follows :

$$BC_{P,L} = \frac{E(S_{P,L})}{e} = \frac{E(N)E(X_{P,L})}{e} = \frac{E(N)}{e} \int_P^L 1 - F_X(t)dt \quad (4)$$

Where $S_{P,L}$ corresponds to the claims of the P retention layer and L limit, N is the frequency random variable and follows a Poisson distribution $P(\lambda)$, and $X_{P,L}$ represents the severity, following alternatively a Pareto and a Benktander distribution. The results of the regression of these models are summarized in the graph below :

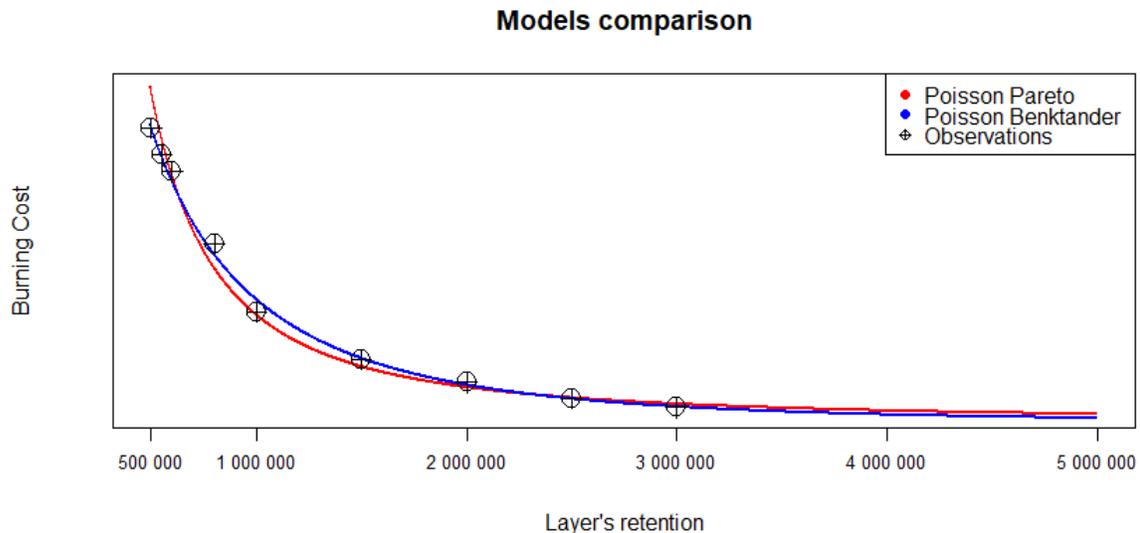


FIGURE 6 – Models comparison

The overlay of observed data and burning cost curves shows that the Poisson-Benktander model, which is less convex than Poisson-Pareto, is more suitable. This observation is confirmed by the following table, which shows the Root Mean Squared Error (RMSE) of the two models :

RMSE Pareto	RMSE Benktander
0,1071	0,0609

Thus the chosen model is the Poisson-Benktander. The final step is to adapt the model to each cedant. The regression performed above is at the market level, and the exposure factor used was the cedant's market share in premium amounts. Therefore, denoting e_i the premium amounts of insurer i and e the market total exposure, we can write :

$$\begin{aligned}
S_{P,L} &= BC_{P,L} \times e_{P,L} \\
S_{i,P,L} &= S_{P,L} \times \frac{e_{i,P,L}}{e_{P,L}} = BC_{P,L} \times e_{P,L} \times \frac{e_{i,P,L}}{e_{P,L}} \\
S_{i,P,L} &= BC_{P,L} \times e_{i,P,L}
\end{aligned}$$

Where $S_{i,P,L}$ is the expected loss of cedant i . It is on this final basis that the pure premiums of the treaties were determined.

Model limitations

However, this model has certain limitations. Firstly, the data on which it is based is truncated : due to the reporting thresholds, it does not allow observation of losses below € 500k. Therefore, the work carried out in this report does not allow for the most accurate pricing of layers with retentions below € 500k.

Similarly, the higher layers suffer from another problem. The model has little reference data to calibrate itself, not because they are not reported as in the previous situation, but because severe losses are rarer. Thus, for high priorities, a specific approach would be preferable to the modeling developed in this report.

However, this model is perfectly adapted for low and intermediate layers. In practice, the retentions of workers' compensation reinsurance treaties almost always attach higher than the € 500k threshold and never exceed extreme amounts. In most cases, therefore, this modeling is entirely valid and was indeed used in the last renewal.

Prospects

In order to complete the modeling, it could be relevant to develop a different approach, adapted to the highest layers. Having limited historical information from cedants, an exposure approach with bands of insured sums could be considered. The modeling of CAT loss experience could be the subject of a separate study.

Regarding the adaptation of the model to each cedant's portfolio, other approaches could also be proposed : the exposure factor used here is the amount of premiums collected, but it could be refined. Taking into account the cedant's underwriting policy (aggressive and risky, or on the contrary conservative and more reserved), or the specificities of its portfolio (business line insured, blue-collar and white-collar workers not having the same probabilities of being victims of workplace accidents) could be considered.

Conclusion

Workers' compensation is a fully fledged branch of reinsurance that requires a particular modeling approach based on the cedants' portfolio. However, the renewal period can be particularly busy, and case-by-case pricing can take a considerable amount of time, so developing alternatives can be relevant.

This research work aims to create a global market model that can be adapted subsequently to each insurer, offering several advantages : standardization of the pricing process, time-saving, and a common basis for comparing cedants, enabling the identification of the "bad" from the best players.

Although the proposed model can be improved, it is usable in almost all reinsurance treaties. Its validity for attritional and moderate loss ratios makes it robust, where it falls short for high or very low retentions, as discussed earlier.

Finally, points for improvement have been proposed : complementing this first model with a second one focusing on exceptional loss ratios, a more refined calibration method, etc. The work presented in this research paper constitutes a robust foundation for what the general modeling of workers' compensation can be, and can be extended significantly to satisfy specific cases.

Remerciements

Je souhaite tout d'abord remercier Walter ERAUD de m'avoir donné la chance de faire partie de l'équipe Client Management de Swiss Re. Plus généralement, j'aimerais remercier toutes les personnes avec qui j'ai pu travailler au cours de mon alternance, tous départements confondus (Souscription, Juristes, Gestion des sinistres) pour leur bienveillance et leur accueil.

J'aimerais adresser des remerciements particuliers à ma tutrice d'entreprise, Emilie DE-SORMEAUX, pour son temps investi dans ma formation au fonctionnement de la réassurance, ainsi que pour mon intégration au sein des travaux de l'équipe. Je remercie également Mathieu HENRY, pour m'avoir donné l'occasion de travailler sur un autre marché de la réassurance et d'en mieux comprendre les enjeux.

Je tiens également à remercier Pierrick PIETTE, mon tuteur pédagogique, pour son suivi régulier, sa disponibilité et ses conseils.

Enfin, je souhaite adresser des remerciements particuliers à Cédric BOUREAU, pour son investissement, sa collaboration et son soutien sans faille tout au long de ce mémoire. Sa bienveillance et sa pédagogie sont pour beaucoup dans ce travail, et plus généralement dans ma compréhension de la réassurance.

Table des matières

1 Introduction	26
2 Le marché de la réassurance	28
2.1 Présentation de la réassurance et acteurs	28
2.1.1 Historique	28
2.1.2 Fonctionnement de la réassurance	31
2.2 Formes de réassurance	33
2.2.1 La réassurance obligatoire	33
2.2.2 La réassurance facultative	33
2.3 Types de traités	35
2.3.1 La réassurance proportionnelle	35
2.3.2 La réassurance non proportionnelle	37
2.3.3 Mécanismes particuliers	39
2.4 Swiss Re	41
3 La garantie Accident du Travail dans la (ré)assurance	43
3.1 Historique de l'accident du travail	43
3.2 L'accident du travail en Belgique	45
3.2.1 Le secteur public	45
3.2.2 Le secteur privé	45
3.3 Evènements majeurs de l'accident du travail	48
3.3.1 Les attentats du World Trade Center	48
3.3.2 La catastrophe de Ghislenghien	50
4 Principes actuariels fondamentaux	51
4.1 Primes, sinistralité et ratio S/P	51
4.2 Méthodes de provisionnement	52
4.2.1 Chain Ladder	53
4.2.2 Cape Cod	55
4.3 Techniques de modélisation	56
4.3.1 Le modèle individuel	56
4.3.2 Le modèle collectif	57
4.4 Lois de probabilité	59
4.4.1 Modélisation de la fréquence	59
4.4.2 Modélisation de la sévérité	60
5 Analyse et traitement des données	63
5.1 Swiss Re et le marché belge	63
5.2 Périmètre d'étude	63
5.3 Paramétrage de l'étude	64
5.3.1 Construction des indices	64
5.3.2 Présentation de l'étude	67
5.4 Etude et retraitement des données	69
5.4.1 Etude des primes	69
5.4.2 Etude de la sinistralité	71
5.4.3 Projection à l'ultime	77
5.4.4 Etude des Burning Costs	85

6	Modélisation de la sinistralité	88
6.1	Le modèle général	88
6.2	Estimation des lois de probabilité	89
6.2.1	Le modèle Poisson-Pareto	89
6.2.2	Le modèle Poisson-Benktander	92
6.3	Mise en application du modèle	96
7	Conclusion générale	100

1 Introduction

Les risques font partie intégrante de l'environnement dans lequel nous vivons. Ils peuvent se présenter de différentes manières, avoir des conséquences plus ou moins graves, mais ils restent une composante indissociable de notre existence. Le principe de base du risque est qu'il est aléatoire. En plus de causer des dommages, il peut survenir à n'importe quel instant. Il en existe de toutes sortes : des risques matériels ou immatériels, humains ou naturels, fréquents ou rares, sévères ou négligeables. L'Homme a toujours souhaité contrôler son environnement : contrôler, c'est ne jamais être surpris et toujours pallier les difficultés qui nous font face. En ce sens, le caractère imprévisible des risques représente un obstacle de taille. De manière générale, les gens y sont averses : cela signifie qu'ils n'aiment pas avoir à supporter eux-mêmes les conséquences d'un événement aléatoire. Il est compréhensible qu'un commerçant ne veuille pas endurer personnellement la perte de son échoppe, due à un tremblement de terre, ou encore qu'un particulier ne souhaite pas payer les dommages causés par une tierce personne sur sa voiture. L'assurance répond à ce besoin.

En s'assurant, l'individu se protège en cas de survenance d'un sinistre. En contrepartie d'une prime payée à l'avance, il transfère le risque à l'assureur qui s'engage à endosser les coûts financiers. Ainsi, le particulier ne subit plus le poids de l'aléa : la prime versée est fixe, il en connaît le montant. Seul l'assureur est soumis au hasard. Dès lors, il est primordial pour ce dernier de comprendre le risque qu'il assure. Une mauvaise tarification peut avoir deux conséquences : la première est que la cotisation réclamée à l'assuré est trop élevée, et alors ce dernier ne souscrit pas le contrat. L'assureur perd un client potentiel. La seconde, au contraire, correspond à une cotisation trop faible : en cas de survenance d'un sinistre, elle ne permet pas d'y faire face efficacement, et l'assureur est alors en perte. Aucune des deux n'est souhaitable pour une compagnie qui se veut viable. Dès lors, l'assureur se doit de modéliser le plus fidèlement possible les périls qu'il couvre. Cependant, certaines branches sont complexes à analyser : la sinistralité potentielle peut y être trop élevée pour l'assureur, si bien qu'en cas de survenance d'un sinistre et malgré les cotisations des assurés, il ne pourra y faire face. Une solution à ce problème pour l'assureur est d'à son tour transférer le risque de son portefeuille à un réassureur.

La réassurance se décline en plusieurs types de couvertures, chacune ayant ses caractéristiques propres. De manière générale, elle permet aux assureurs de faire face à une sinistralité exceptionnelle, tant en fréquence qu'en sévérité. Si une tempête ravage la moitié du pays, ou si le portefeuille enregistre une hausse accrue de sinistres au cours d'une année, les réassureurs en supportent les conséquences financières dans la limite des conditions définies dans le traité. Dans la branche Dommages & Responsabilité, de nombreux risques sont à prendre en compte : les tempêtes, épisodes de grêle, chutes de neige, incendies (Dommages) et la responsabilité civile générale, auto, ou encore l'accident du travail (Responsabilité). Ces risques différents appellent des modélisations différentes, soit en utilisant les données historiques transmises par les assureurs, soit en se fiant à leur exposition. Ce mémoire se concentre sur la garantie suivante : l'accident du travail en Belgique. Contrairement à la France où les employés sont couverts par le régime Accident du Travail, les employeurs belges ont l'obligation de souscrire un contrat couvrant leurs salariés. Il n'existe pas de régime national de couverture. L'objectif de ce mémoire est de développer une nouvelle approche de ce risque à l'échelle du marché.

Les assureurs transmettent leurs données via des packs de renouvellement, dans le but de tarifier les traités de réassurance au plus proche de leur besoin réel. Une première approche est de considérer chaque portefeuille individuellement : on arrive à un prix sur mesure pour chaque

cédante¹. Cependant, se pose la question d'une tarification marché : cela consisterait en un modèle global, commun à tous les acteurs, calibrable en fonction de chaque assureur. Une telle approche présenterait plusieurs avantages : tout d'abord, elle permettrait de tarifier les traités pour lesquels les informations historiques transmises ne sont plus à jour, en quantité insuffisante ou encore si le portefeuille ne présente pas encore de sinistralité. D'autre part, cela rendrait le processus plus automatique : avec une donnée de calibration à entrer dans le modèle, ce dernier sortirait instantanément un prix en fonction de la couverture souhaitée. Enfin, cela permettrait également de comparer les cédantes entre elles, de savoir lesquelles alourdissent le portefeuille, et lesquelles au contraire l'allègent. Une tarification individuelle plus chère que ce qui serait préconisé par le modèle commun indiquerait une cédante plutôt mauvaise (en terme de sinistralité), tandis que l'inverse identifierait un acteur plutôt positif. C'est dans ce cadre que s'inscrit ce mémoire.

Après avoir présenté le fonctionnement de base de la réassurance et plus particulièrement comment s'y inscrit la branche Accident du Travail, nous rappellerons quelques fondamentaux actuariels nécessaires à la compréhension de ce mémoire. Nous nous intéresserons ensuite à la justification d'une nouvelle approche Accident du Travail en Belgique, afin de poursuivre avec sa modélisation. Finalement, nous étudierons le comportement du modèle retenu sur des structures de réassurance concrètes.

1. Autre nom donné aux assureurs, faisant référence au fait qu'ils cèdent leur risque.

2 Le marché de la réassurance

2.1 Présentation de la réassurance et acteurs

2.1.1 Historique

Historiquement, l'assurance est apparue dès l'Antiquité, mais il a fallu attendre le Moyen-Âge pour voir se développer la réassurance. A cette époque, il ne s'agissait pas de la réassurance que nous connaissons aujourd'hui : cela consistait en un accord bilatéral entre deux assureurs, dont l'un cédait le risque souhaité à l'autre. Cette pratique relève donc plus de la coassurance que de la réassurance, cependant c'est la première fois qu'on relève une relation assurancielle entre deux acteurs autres que assuré/assureur. Cette première transaction consistait en la réassurance d'une cargaison transportée de Gênes en Italie à Sluis en Flandres, en l'an 1370. L'objet de ce contrat était de réassurer la marchandise sur une portion jugée particulièrement dangereuse du trajet : on retrouve ici la caractéristique des traités de réassurance contemporains, à savoir le fait qu'ils sont employés pour se couvrir face aux risques les plus sévères.

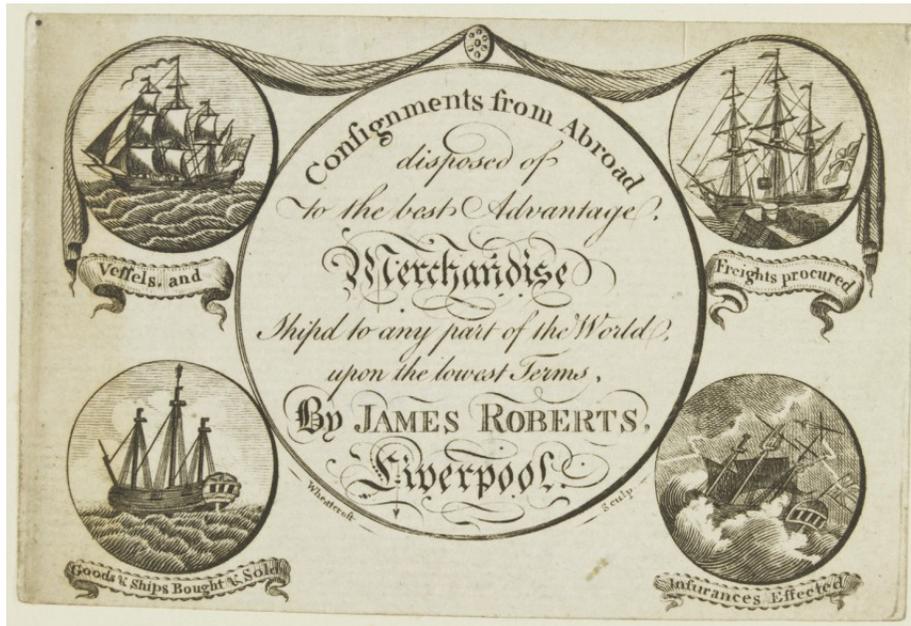


FIGURE 7 – Tract commercial proposant l'assurance de marchandises transportées par voie maritime, 1780

La réassurance s'est d'abord développée autour du commerce maritime du bassin méditerranéen, puis de l'incendie (grand incendie de Londres de 1666) et des risques industriels. Il s'agissait donc essentiellement de non-vie. C'est avec la révolution industrielle de la seconde moitié du XIX^{ème} siècle que ce besoin de réassurance s'est solidement ancré dans le quotidien des assureurs. Face à

l'augmentation de la production, l'emploi de machines coûteuses, et la demande toujours grandissante de l'économie, les pertes en cas de sinistre dans une usine ont contraints les assureurs à se couvrir contre de tels événements. C'est ainsi que sont apparues les premières compagnies de réassurance, comme la Kölnische Rückversicherungs ou encore la Schweizerische Rückversicherungs, plus connue aujourd'hui sous le nom de Swiss Reinsurance Company. Le marché de la réassurance s'est initialement développé dans les pays occidentaux, comme l'Allemagne et la Suisse. Les Etats-Unis étant très touchés par les phénomènes naturels (ouragan Andrew en 1992 ou Katrina en 2005), la réassurance dommage s'est rapidement établie outre Atlantique comme aux Bermudes, véritable paradis de captives d'assurance dans les années 70. Le dernier marché à s'y être ouvert est le marché asiatique : victimes entre autres de tremblements de terre et de tsunamis, des pays tels que le Japon se sont à leur tour tournés vers la réassurance dans les années 90.

Aujourd'hui, le marché de la réassurance capitalise à lui seul plus de 320 milliards de dollars de primes, dont plus des deux tiers alimentent la non-vie. Le graphique ci-dessous représente l'évolution des marchés de l'assurance et de la réassurance depuis 2010, en termes de cotisations perçues.

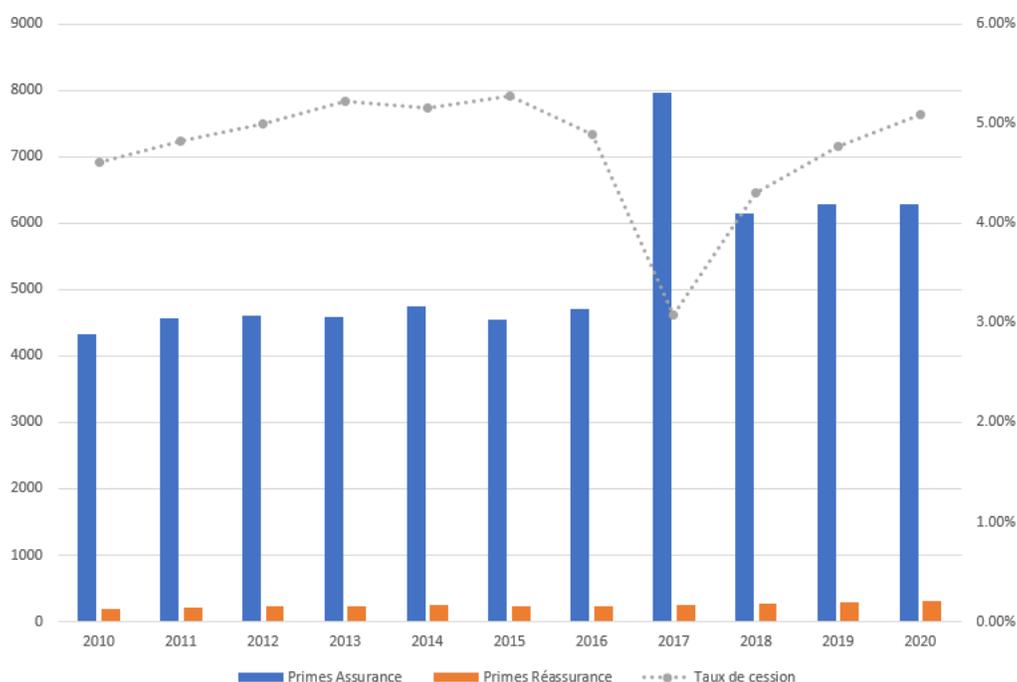


FIGURE 8 – Evolution des primes perçues dans le secteur assurantiel depuis 2010

D'autre part, le secteur de la réassurance est un milieu très concentré : les cinq premiers acteurs, Munich Re, Swiss Re, Hannover Re, SCOR et Berkshire Hathaway comptent pour la moitié du marché. Le graphique ci-dessous permet de s'en rendre compte.

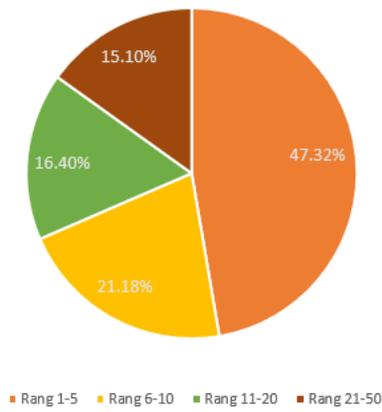


FIGURE 9 – Parts de marché des 50 premiers réassureurs regroupés par classement

2.1.2 Fonctionnement de la réassurance

La réassurance peut être résumée en "l'assurance des assureurs". La relation qui lie l'assureur à son réassureur est du même ordre que celle qui lie l'assuré à son assureur. Les contrats de réassurance sont dans l'immense majorité des cas d'une durée d'un an, courant du 1^{er} janvier d'une année au 31 décembre de cette même année. En cela, ce milieu est assez cyclique : chaque année, à partir de septembre environ, les assureurs transmettent les dernières données en date de leurs portefeuilles ainsi que les structures qu'ils souhaitent acheter. A l'aide de ces informations, transmises généralement par l'intermédiaire des courtiers, les réassureurs tarifient les demandes des cédantes, avant de leur faire connaître les prix auxquels ils sont parvenus. S'engagent alors des discussions autour du niveau de prime demandé, des exclusions et autres clauses apparaissant dans le traité, qui mènent en cas de succès à la signature du traité de réassurance. Dès lors, le réassureur s'engage à couvrir les pertes financières de l'assureur selon les termes convenus pour l'année à venir. Cette période de tarification et de négociation est appelée période de renouvellement, et constitue le cœur de métier du réassureur.

Les assureurs, en fonction de leurs besoins, peuvent demander différents types de couverture. Il existe une multitude de réassurances que l'on détaillera par la suite, comme la réassurance obligatoire/facultative, la réassurance proportionnelle/non proportionnelle, et plusieurs types de traités dans chacune de ces catégories. Les possibilités de couverture sont très variées, pouvant s'adapter à tous les produits proposés par les assureurs. De plus, le milieu concurrentiel qu'est la réassurance fait que la plupart du temps, une cédante va acheter sa couverture auprès de plusieurs réassureurs : cela va dépendre des prix proposés par les acteurs du marché, ainsi que de la confiance que l'assureur accorde à chacun d'eux. On dénote ici une différence avec le contrat d'assurance classique entre un assuré particulier et son assureur : alors qu'un individu n'achète sa garantie qu'à un assureur, ce dernier a le choix de diversifier sa réassurance parmi un large panel de concurrents. Le réassureur qui possède la plus grande part du traité est appelé *apériteur*. C'est donc lui qui est le plus exposé au risque, mais il dispose en contrepartie de certains privilèges : si des modifications sur le contrat doivent avoir lieu au cours de la vie de ce dernier, c'est lui qui a voix au chapitre pour négocier avec la cédante. Les autres réassureurs, appelés *suiveurs*, doivent se conformer à l'accord auquel sont parvenus l'apériteur et l'assureur.

Le dernier point que l'on peut aborder en matière de fonctionnement de la réassurance est le règlement des sinistres. En l'échange de la prime de réassurance, le réassureur s'engage à payer les sinistres touchant les structures des traités souscrits. De la même manière que dans l'assurance directe, l'inversion du cycle de production (paiement de la prime en amont du règlement des sinistres à venir) s'opère en réassurance. Une fois les réclamations transmises, les dossiers sont traités par des équipes dédiées qui vérifient leur bonne conformité avec les termes négociés. Dans certains cas de réassurance non proportionnelle (voire [2.3.2](#)), lorsque la sinistralité est particulièrement importante, les programmes de réassurance peuvent se trouver complètement traversés : l'assureur peut alors demander une *reconstitution*, qui consiste en une mise à sa disposition d'une nouvelle capacité égale à celle de base, en l'échange d'un nouveau paiement préalable, appelé *prime de reconstitution*. Cette dernière peut être gratuite ou payante. Dans ce dernier cas, la cédante paie généralement au pro rata de sa consommation de la couverture. Si la reconstitution représente à la fin de l'année la moitié de la capacité du traité, alors l'assureur devra verser en supplément la moitié de la prime initialement convenue.

La question qui vient à présent est : qui assure les réassureurs ? Car en effet, comme les assureurs ont besoin de se couvrir, il en va de même pour les réassureurs. Ce phénomène s'appelle la rétrocession : les réassureurs se réassurent entre eux. Ainsi, un réassureur peut avoir des

traités aussi bien avec des assureurs directs qu'avec ses confrères. Le schéma suivant reprend les différentes couches du secteur de l'assurance.

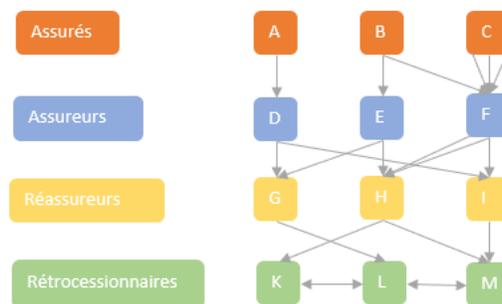


FIGURE 10 – Schéma d'un réseau d'assurance/réassurance

2.2 Formes de réassurance

L'activité de réassureur se décline sous deux formes de contrats, la réassurance obligatoire faisant face à la réassurance facultative. On parle ici de toutes les branches d'activité de la réassurance, de la vie comme de la non-vie.

2.2.1 La réassurance obligatoire

Cette forme est de loin la plus répandue : les contrats de cette catégorie sont les fameux traités de réassurance. La réassurance obligatoire consiste en la cession de l'assureur au réassureur du portefeuille qu'il souhaite couvrir. L'aspect obligatoire vient du fait qu'une fois le traité signé, l'assureur s'engage à présenter tous les sinistres relatifs aux risques présents dans le portefeuille sous-jacent, et le réassureur se doit de les accepter dans leur intégralité. Dès lors qu'une réclamation satisfait les termes qui ont été convenus, elle est prise en compte dans la vie du contrat, et on lui applique automatiquement la structure pour en déduire le reste à charge du réassureur. Il n'y a aucune forme de distinction des polices, le portefeuille est couvert dans son intégralité.

Ce type de réassurance est intéressant pour la cédante dans le cas où son portefeuille comporte un nombre de risques relativement important, où tous sont indépendants et identiquement distribués. En effet, le réassureur s'engage à couvrir tous les contrats d'assurance existants au moment de la signature du traité, ainsi que tous ceux pouvant être renouvelés au cours de sa durée de validité. L'assureur y gagne notamment en frais administratifs, car il couvre tous ses risques à l'aide d'un unique contrat. Cependant, comme mentionné plus haut, le portefeuille se doit d'être relativement bien équilibré : si une police diffère des autres (de par sa fréquence ou sa sévérité potentielle) et menace d'impacter plus largement le résultat final que les autres, le réassureur souhaitera probablement l'isoler dans un contrat à part. C'est là qu'intervient la réassurance facultative.

2.2.2 La réassurance facultative

Cette seconde forme de réassurance est moins commune, et sert dans des cas plus particuliers. En effet, plutôt que de s'intéresser à des portefeuilles entiers, elle ne vise que des polices bien définies. L'assureur demande un contrat de réassurance facultative par risque, et le réassureur est libre d'accepter ou de rejeter cette demande. Bien sûr une fois signé, le réassureur est obligé de respecter les termes du contrat, le terme *facultatif* signifiant que l'on ne considère plus des portefeuilles mais des risques individuels.

La réassurance facultative est plus lourde à mettre en œuvre. Elle requiert de s'intéresser au cas par cas aux risques en portefeuille, d'identifier ceux représentant un danger potentiel, et ensuite de les faire tarifier individuellement. Cependant, elle présente des avantages en comparaison à la réassurance obligatoire. Elle est pertinente dans le cas d'un risque nouveau ou inhabituel sur lequel la cédante dispose de peu d'informations, ou qui est soumis à une fréquence et une sévérité plus élevées que le reste de son portefeuille, ou tout simplement si la cédante n'a pas souscrit de réassurance obligatoire pour cette branche (par exemple si elle n'a que peu de polices dans cette activité, et qu'elle ne souhaite pas s'embarasser d'un traité). De par sa spécificité, un tel risque

pourrait à lui seul impacter négativement la prime de réassurance obligatoire réclamée par le réassureur. Isoler cette police dans un contrat à part permet de ne pas dégrader la tarification des traités. Même si elle demande davantage d'attention au détail, la réassurance facultative permet tout de même de répondre à un besoin bien précis des assureurs.

2.3 Types de traités

Qu'elle soit facultative ou obligatoire, la réassurance peut être proportionnelle ou non proportionnelle. Dans chacune de ces déclinaisons, on retrouve plusieurs types de traités, répondant à des besoins divers et variés en matière de couverture.

2.3.1 La réassurance proportionnelle

Ce premier type de réassurance se décline en deux catégories de traités. Le premier est le quote part, tandis que le second est l'excédent de plein. Les deux partagent un point commun : la prime de réassurance demandée comme le niveau de sinistralité cédé sont calculés sur la base d'un même pourcentage.

Le traité en **Quote-Part** (**Quota Share** en anglais) convient en amont d'un pourcentage de cession et de rétention pour la cédante. Ce faisant, le réassureur va récupérer la sinistralité comme les cotisations perçues par l'assureur à hauteur de ce pourcentage. Par exemple, pour un pourcentage de cession de 30%, le réassureur (ou panel de réassureur) recevra 30% des primes perçues par la cédante, et règlera en échange 30% de sa sinistralité. Le schéma suivant reprend cette idée.

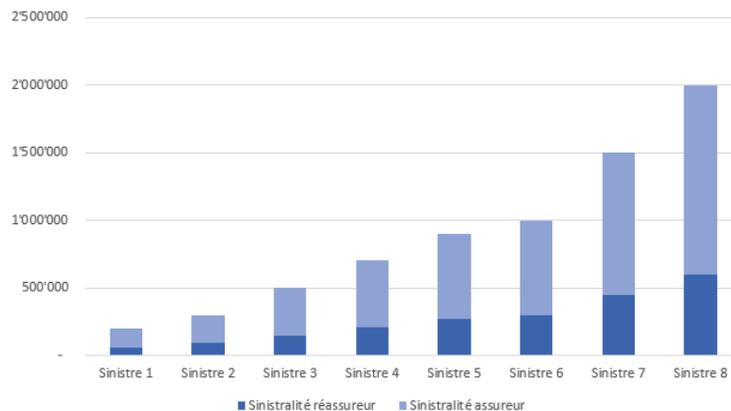


FIGURE 11 – Sinistralité à charge de l'assureur et du réassureur pour un QS à 30% de cession

Ce type de traité est souvent utilisé pour une branche que l'assureur ne connaît pas suffisamment bien, par exemple pour un nouveau produit. En effet, les pertes liées aux sinistres qu'il devra supporter seront proportionnellement réparties entre lui et ses réassureurs, indépendamment des montants de sinistralité enregistrés. Il est aussi très apprécié des assureurs de taille limitée, car pour un quote-part à 50%, cela lui permet de souscrire deux fois plus de prime pour un niveau de capital identique, tout en conservant le même ratio de solvabilité. Dans les faits, l'assureur ne réclame pas d'indemnisation à son réassureur à chaque sinistre qu'il reçoit. Sur une base par exemple semestrielle, il transmet à ses réassureurs son résultat technique :

$$\text{Resultat Technique} = \text{Primes} - \text{Sinistres} - \text{Commission} - \text{Override} - \text{Courtage}$$

Où les commissions et override sont des flux échangés avec le réassureur tandis que le courtage correspond aux frais engendrés par l'intermédiation du courtier.

Si ce résultat est positif, l'assureur en verse alors le pourcentage convenu dans le traité à ses réassureurs. Dans le cas contraire, il reçoit de la part de ces derniers le pourcentage de pertes enregistrées.

Le second type de traité proportionnel que l'on observe sur le marché est le traité en **Excédent de Plein**, encore appelé traité en **Surplus**. Cette fois, le taux de cession est différent pour chaque risque réassuré. Le fonctionnement est le suivant : on définit un plein de rétention, qui correspond au montant minimal que les sinistres devront atteindre pour faire jouer la couverture. Au-delà de cette dernière, ces sinistres seront couverts jusqu'à une certaine limite, exprimés en multiples du plein de rétention. Par exemple, pour un plein de € 200k et une couverture de 3 fois le plein, soit € 600k, on obtient le schéma suivant :

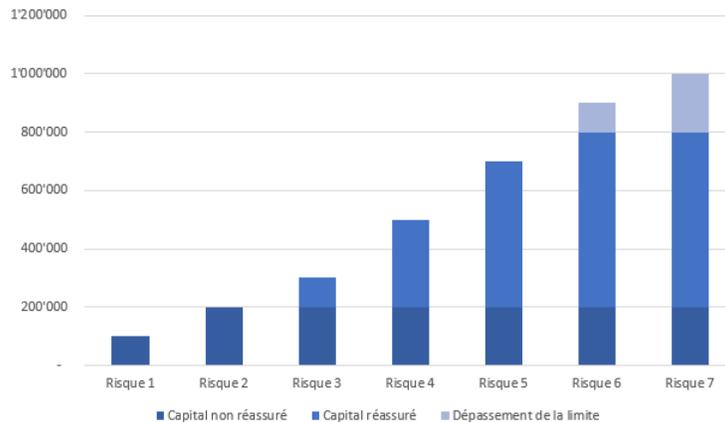


FIGURE 12 – Sinistralité à charge de l'assureur et du réassureur pour un Surplus

La formule employée pour calculer la sinistralité à charge du réassureur est donnée par :

$$x_i = \min\left(\max\left(\frac{K_i - R}{K_i}; 0\right); \frac{C}{K_i}\right)$$

Où x_i est le taux de cession pour le risque i , K_i est le capital assuré pour ce risque, R le niveau de rétention et C le montant de couverture prévu. Ainsi, la prime versée par l'assureur au réassureur s'obtient en multipliant ce taux de cession x_i par la prime perçue pour chaque risque. L'intérêt d'une telle couverture est que la majeure partie des risques du portefeuille de l'assureur ne dépasse pas le plein de rétention. Ainsi, les cotisations leur correspondant et qui représentent une grande partie de la prime totale perçue par l'assureur n'entrent pas en ligne de compte dans le versement effectué aux réassureurs. Le traité en excédent de plein permet donc de réassurer de manière proportionnelle les risques les plus importants tout en laissant à l'assureur la majorité de sa prime. Il s'agit de la forme de réassurance la plus appréciée des portefeuilles industriels et autres grands risques : elle leur permet de filtrer les "petits" risques en ne cédant que les plus dangereux pour leur solvabilité.

2.3.2 La réassurance non proportionnelle

Le premier traité de réassurance non proportionnelle, et aussi le plus répandu, est l'**Excédent de Sinistre**. Il fonctionne avec un système de tranches, qui découpent les sinistres en plusieurs parties, dont certaines restent à charge de l'assureur tandis que les autres sont cédées aux réassureurs. Ils sont communément appelés *C xs R*, où C est le montant de couverture et R le seuil de rétention. La couverture s'appelle aussi la portée, et le seuil de rétention la priorité. Par exemple, un excédent de sinistre 5m xs 3m laissera tous les sinistres en deçà de € 3m à l'assureur, tandis que ceux s'étalant de € 3m à € 8m seront indemnisés par les réassureurs (pour la partie dépassant les 3 millions d'euros). Au delà de € 8m, la sinistralité demeure sous la responsabilité de la cédante.

La formule permettant de déterminer l'indemnisation à charge de la réassurance est donc la suivante :

$$X_i = \min(\max(S_i - R; 0); C) \quad (5)$$

Où X_i est la charge à la réassurance et S_i le montant du sinistre remonté par la cédante. Le schéma suivant permet de visualiser le fonctionnement d'un excédent de sinistres.

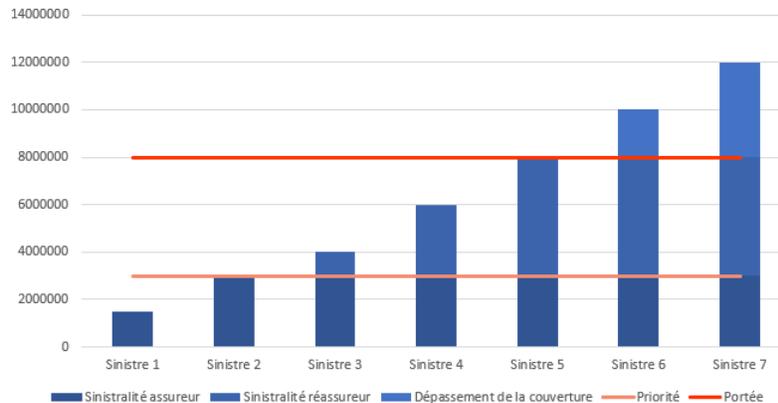


FIGURE 13 – Sinistralité à charge de l'assureur et du réassureur pour un Excédent de sinistres

La prime de réassurance d'un tel traité n'est pas liée à une caractéristique de la couverture, comme en réassurance proportionnelle. Elle est calculée soit à partir d'un pourcentage de la prime totale de l'assureur, soit est directement demandée sous la forme d'un montant absolu. Dans les deux cas, il n'y a pas de lien avec une quelconque caractéristique de la couverture. En pratique, le paiement de cette prime est effectué en plusieurs étapes : au début de l'année, l'assureur verse la majeure partie de la prime à ses réassureurs, par exemple entre 80% et 90% de la totalité. En fin d'année, en fonction du montant réel des cotisations perçues par l'assureur, ce dernier régularise l'écart entre la réalité et l'EPI (*Estimated Premium Income*) de début d'année.

Enfin, on distingue deux types de traités en excédent de sinistres :

- la couverture par risque : elle va jouer dès qu'un sinistre est déclaré, et elle s'applique à chacun d'entre eux individuellement. Chaque réclamation se voit appliquer le programme, et le réassureur en déduit la charge qu'il lui reste à payer. Cela est intéressant pour couvrir les grands risques, qui pourraient à eux seuls impacter lourdement le ratio S/P de l'assureur.

- la couverture par évènement : dans cette situation, plutôt que de s'intéresser de manière individuelle à chaque sinistre, cette couverture va les considérer dans leur ensemble. Lorsqu'un évènement survient -cela peut être une tempête, un acte terroriste, un accident impliquant de nombreuses polices d'assurance- un certain nombre de sinistres est déclaré à l'assureur. Celui-ci, plutôt que de les annoncer un par un au réassureur comme dans une couverture par risque, va lui communiquer le montant agrégé de tous ses dossiers. C'est à ce dernier montant que la structure de réassurance sera appliquée. De cette manière, l'assureur se couvre face aux conséquences financières d'un évènement de grande ampleur sur son portefeuille : individuellement, les polices engagées ne parviendraient probablement pas à atteindre la rétention.
- la couverture par risque et par évènement : comme son nom l'indique, elle va concerner aussi bien les polices individuelles que victimes d'évènements. Il existe un type de traité appelé "2 Risks Warranty" : il s'agit d'un traité par évènement, activé à la condition qu'au moins deux polices soient touchées. La couverture par risque et par évènement correspond donc à un traité par évènement ne contenant pas de clause "2 Risks Warranty" : il est activé dès lors qu'une police est impactée.

Le second traité de réassurance non proportionnelle est le **Stop Loss**, ou **Excédent de perte annuelle**. Il fonctionne de manière similaire au traité en excédent de sinistres, mais sur la base du Loss Ratio. La priorité comme la portée sont exprimées en pourcentage, correspondant au ratio S/P de l'assureur. Le traité définit la période sur laquelle ce ratio est calculé, et on compare ce dernier à la structure de réassurance convenue. La méthode de calcul est résumée dans la formule suivante :

$$S = \min \left(\max \left(\frac{\sum_{i=1}^N X_i - R}{P} ; 0 \right) ; \frac{C}{P} \right) \times P \quad (6)$$

Où P , R et C représentent respectivement les primes perçues par l'assureur au cours de la période de couverture, la priorité et la portée du traité. Les X_i sont les sinistres survenus au cours de cette période et N est leur nombre. Par exemple, un Stop Loss de 50% xs 90% va couvrir les pertes de l'assureur de 90% à 140% des cotisations enregistrées. Le schéma suivant explique le fonctionnement d'un Stop Loss.

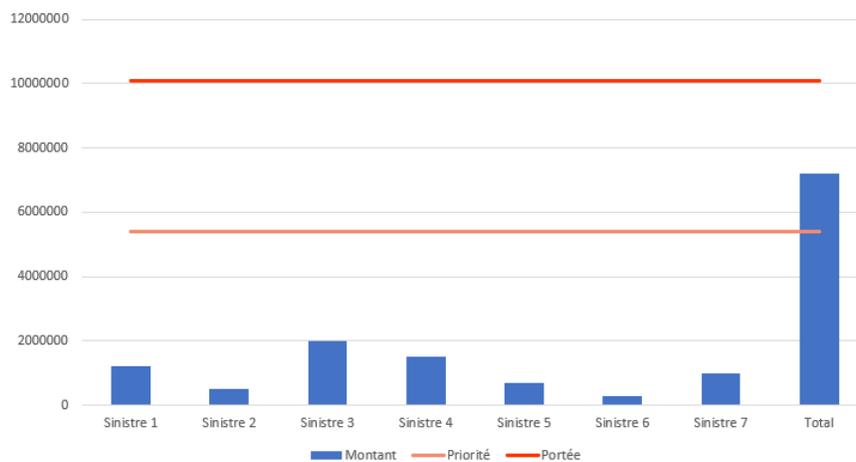


FIGURE 14 – Sinistralité à charge de l'assureur et du réassureur pour un Stop Loss

Ce traité correspond au cas d'un assureur dont la prime totale pour l'année à venir est estimée à € 6m, et qui achète une couverture Stop Loss de 50% xs 90%. Ainsi, sur la base de ces valeurs, ce traité couvrira la cédante pour une sinistralité annuelle qui dépasserait les € 5.4m et irait jusqu'à € 10.08m (soit $90\% \times P$ et $(90\% + 50\%) \times P$). Au terme de la couverture, la somme cumulée de sa sinistralité se monte à € 7.2m, soit par rapport aux € 6m de cotisations perçues, un pourcentage de 120%. La priorité du Stop Loss est donc dépassée, et la part du réassureur est de : $(120\% - 90\%) \times Primes = 30\% \times Primes = 1\,800\,000\text{€}$.

Ce type de traité est généralement utilisé pour faire face à des situations où l'entièreté des primes perçues seraient consommée par la sinistralité au cours de l'année. Comme son nom l'indique, le Stop Loss permet d'arrêter les pertes lorsque celles-ci dépassent des sommes extrêmes. Il s'agit donc de la forme de réassurance la plus chère, mais aussi du plus protecteur pour les cédantes : elle leur permet de maintenir leur niveau de SCR.

2.3.3 Mécanismes particuliers

En réassurance, de nombreuses clauses viennent compléter les termes généraux des traités. De différentes natures, elles permettent à la cédante comme au réassureur de faire valoir des conditions spéciales propres à chaque contrat. Des exclusions cyber concernant les risques informatiques aux clauses maladies, balayant de la couverture les événements telles que les pandémies (réapparues dans le contexte actuel, avec la pandémie de Covid-19), ces détails sont d'une importance capitale. Nous nous attacherons ici à deux particularités de la réassurance, qui concernent l'aspect financier du traité plutôt que son périmètre de couverture.

La première que nous aborderons ici est l'**Annual Aggregate Deductible**. Aussi appelée **AAD**, cette clause agit comme une sorte de franchise. Dans un traité de réassurance, une AAD d'un montant x signifie qu'une fois la sinistralité de l'assureur appliquée à la structure du contrat, seule la partie excédant le montant x lui sera indemnisée. De cette manière, les premiers sinistres ayant fait jouer la couverture serviront à remplir l'AAD, tandis que les suivants seront remboursés selon les termes du traité. Appliquons un AAD de € 3m à la couverture de 5m xs 3m précédemment étudiée. La structure du traité entraîne une charge pour le réassureur de € 19m. L'AAD lui permet alors de ne payer que € 16m.

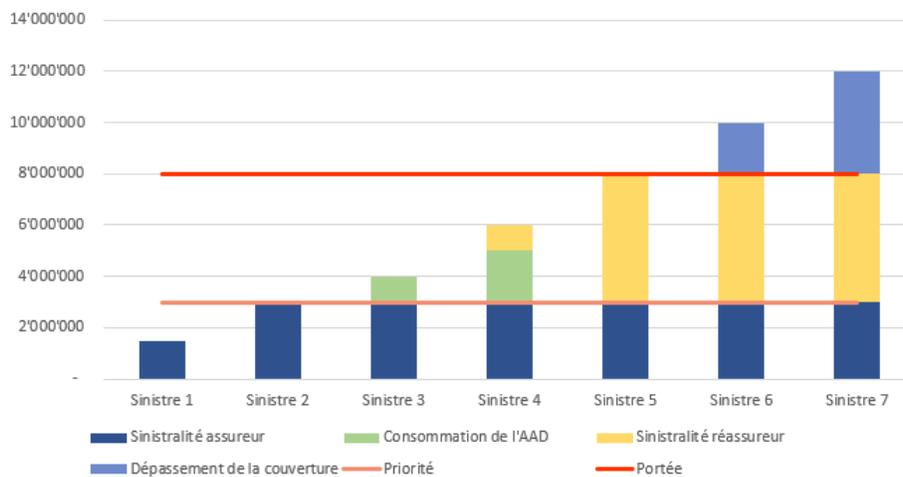


FIGURE 15 – Sinistralité à charge de l'assureur et du réassureur pour un Excédent de sinistres avec AAD

Si l'on note X_i la contribution des sinistres rapportés par la cédante à la charge du réassureur, alors le montant final indemnisé par ce dernier sera :

$$S = \max \left(\sum_{i=1}^N X_i - AAD ; 0 \right) \quad (7)$$

La seconde clause que nous évoquerons ici est l'**Annual Aggregate Limit**, ou **AAL**. Cette dernière, comme son nom l'indique, agit comme une limite de remboursement : quelle que soit la sinistralité totale à l'issue de la période de couverture, le réassureur paiera au maximum le montant de l'AAL. En conservant les mêmes notations que précédemment, l'indemnisation effectuée par le réassureur sera dans ce cas :

$$S = \min \left(\sum_{i=1}^N X_i ; AAL \right) \quad (8)$$

En appliquant un AAL de € 2m au traité en quote-part précédemment étudié, on obtient ainsi le résultat suivant :

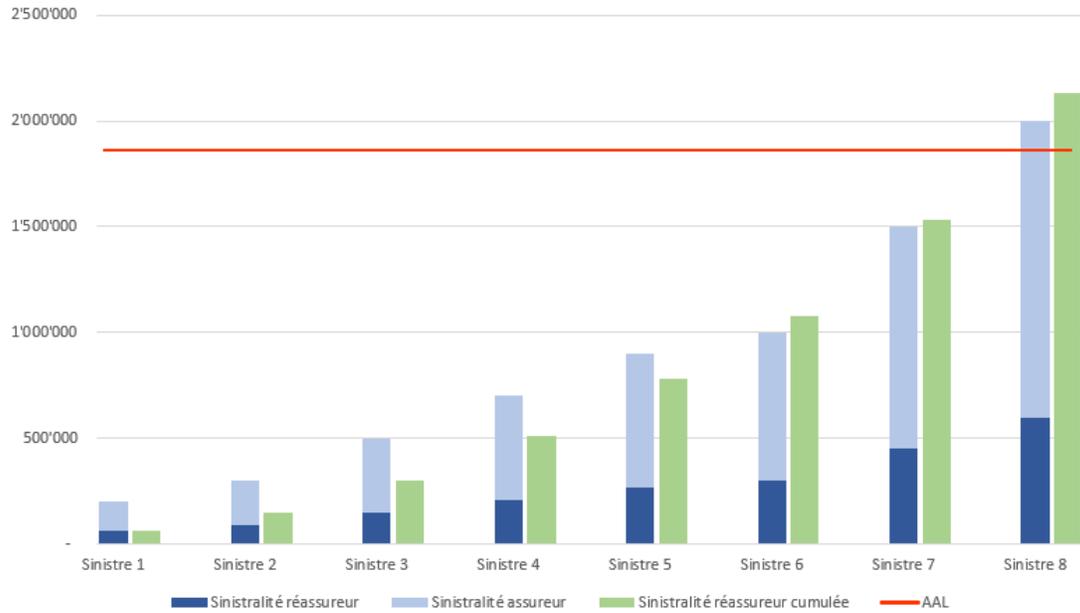


FIGURE 16 – Sinistralité à charge de l'assureur et du réassureur pour un Quote-Part avec AAL

Ici, on observe que la sinistralité agrégée à charge du réassureur finit par dépasser la limite de l'AAL. Pour ce traité, il ne paiera donc que la valeur de cette dernière, soit € 1.8m.

2.4 Swiss Re

La Schweizerische Rückversicherungs-Gesellschaft, traduit en anglais par Swiss Reinsurance Company, est une compagnie de réassurance basée à Zürich. Fondée en 1863 par Helvetia Assurances, Crédit Suisse et la Banque de Commerce de Bâle (ancienne UBS), elle a alors pour mission de pallier le défaut des assureurs. En 1861, le Grand Incendie de Glarus détruisit une grande partie de la ville, laissant plus de 3 000 habitants sans foyers. Face à l'incapacité des assureurs de l'époque à correctement indemniser les victimes de cette tragédie, il fut décidé de créer une institution qui interviendrait dans de telles situations. La Swiss Reinsurance Company était née.

Le groupe est composé de trois entités :

- Corporate Solutions : CorSo prodigue des conseils et offre des solutions en matières d'assurance directe à des entreprises. Elle œuvre dans une multitude de domaines : du Credit & Surety au Cyber, en passant par le Property et le Business Interruption. La filiale possède plus de 40 bureaux de par le monde.
- iptiQ : il s'agit d'une entité tournée vers la vente de services à des assureurs. Aussi bien dans le domaine de la vie que de la non-vie, elle permet à ses clients de communiquer plus efficacement avec ses assurés, via l'utilisation de plateformes spécialisées. Présente dans une dizaine de pays aussi bien en Europe, Australie qu'aux Etats-Unis, iptiQ collabore avec plus de 50 acteurs du marché.
- Swiss Re : la plus importante des trois entités en termes de primes perçues, cette dernière exerce une activité de réassurance. Forte de ses 13 000 employés et de ses 80 offices répartis dans le monde, la compagnie est l'un des leaders du marché de la réassurance. Swiss Re travaille au quotidien avec courtiers et assureurs, dans le but de fournir à ces derniers la couverture la plus adéquate à leurs besoins.



C'est dans cette dernière entité que j'ai effectué mon alternance. La succursale parisienne est positionnée sur les secteurs Vie & Santé ainsi que Dommages & Responsabilité. Dans ces équipes travaillent aussi bien des souscripteurs chargés de la tarification, des responsables clients s'occupant des échanges avec les cédantes comme des juristes analysant les clauses des traités. C'est avec l'équipe Client Managing P&C (Property & Casualty, i.e Dommages & Responsabilité) que j'ai eu l'occasion de collaborer. A l'échelle globale, Swiss Re a enregistré des primes nettes acquises pour 2021 de 42.7 milliards de dollars², ce qui la place en tant que leader mondial du marché de la réassurance.

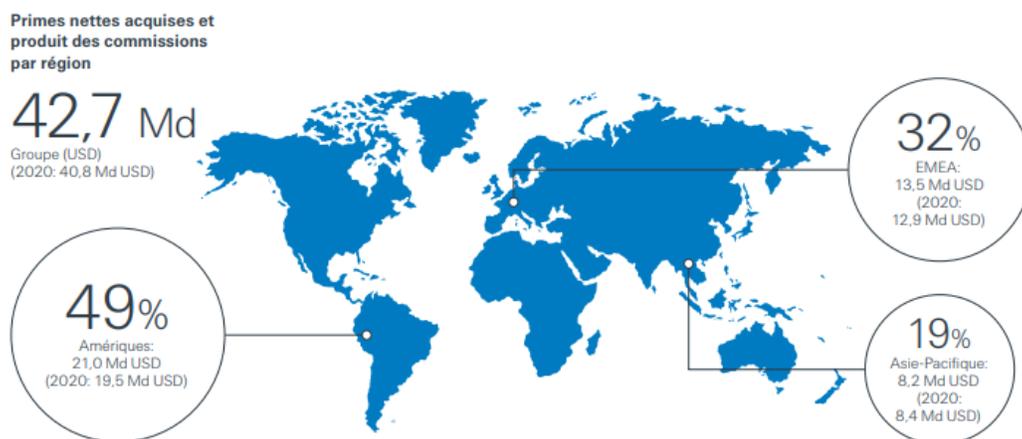


FIGURE 17 – Répartition géographique de l'activité de Swiss Re

2. Swiss Re Annual Report 2021

3 La garantie Accident du Travail dans la (ré)assurance

L'accident du travail consiste en un évènement accidentel survenu lors de la réalisation du travail (c'est à dire sur le lieu de travail), ou au cours du trajet pour s'y rendre. Les causes qui peuvent y mener sont multiples, et les conséquences tout autant. Nous allons ici nous intéresser à son rapport à l'assurance, ainsi qu'à la manière de le réassurer.

3.1 Historique de l'accident du travail

L'accident du travail existe depuis toujours. Depuis des temps immémoriaux, le milieu professionnel engendre des dommages matériels comme corporels, parfois bénins, parfois dramatiques. Longtemps, ces incidents sont restés la "norme", et n'étaient couverts d'aucune manière. Ce n'est finalement que récemment dans l'histoire de l'Homme qu'une véritable prévention et un cadre légal de protection ont été instaurés. Cependant, cela ne signifie pas que les travailleurs et les esprits n'étaient pas au courant de ces accidents.

Le médecin italien Bernardino Ramazzini identifiait dès 1700 le lien entre le travail manuel répété des artisans et les maux dont ces derniers souffraient. Les exhalaisons nocives des produits qu'ils employaient ainsi que les mouvements déréglés et positions qu'ils imposaient à leur corps finissaient par avoir des conséquences incapacitantes voire mortelles pour eux-mêmes. Ramazzini conseille ainsi de rajouter au précepte d'Hippocrate, qui consiste à demander au malade les causes a priori de ses maux, la question de son métier. Plus tard, en 1899, le docteur Henry Murray observe pour la première un décès lié à l'amiante. Un ouvrier ayant travaillé durant 14 ans dans un atelier de cardage de filature d'amiante de Londres meurt d'une fibrose pulmonaire. En France, Denis Auribault étudie le rapport entre la surmortalité d'une population d'ouvriers travaillant dans un atelier de textile utilisant de l'amiante. En 1918, les assureurs américains refusent même de couvrir les professionnels en contact avec le matériau : il a fallu attendre la fin du XX^{ème} siècle pour que le scandale de l'amiante éclate au grand jour et que des mesures soient prises. Ce n'est qu'en 1977 que les valeurs limites d'exposition (VLE) sont instaurées, avec pour but de suivre médicalement les ouvriers soumis à cette matière.

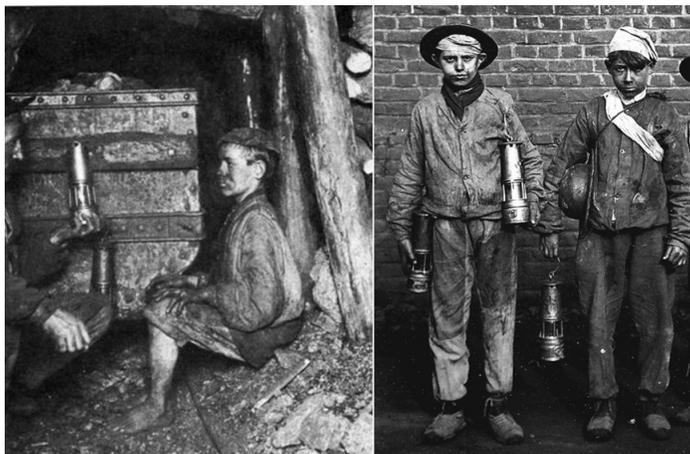


FIGURE 18 – Enfants dans une mine de Carvin, Nord-Pas-de-Calais, 1902

Cet exemple de l'amiante n'en est qu'un parmi tant d'autres. On pourrait aussi évoquer les ouvriers (adultes comme enfants) envoyés dans les mines de charbon des compagnies houillères jusqu'à la première moitié du XX^{ème} siècle. En plus du risque immédiat (explosions, coups de grisou), ils avaient bien plus de chances de contracter des maladies respiratoires. La connaissance du risque inhérent au travail existe donc depuis des centaines d'années. C'est son introduction dans le cadre légal qui est plus récente. L'essor de l'industrialisation dans la seconde moitié du XIX^{ème} et le début du XX^{ème} siècle a éveillé la conscience du régulateur vis-à-vis de la vulnérabilité du travailleur.

En France, la première loi de protection des salariés sur leur lieu de travail est celle du 9 avril 1898. Elle contraint l'employeur à verser des indemnités pour tout accident survenu du fait du travail. Il est considéré responsable, non en qualité de personne physique mais morale : c'est l'entreprise qui est en cause. En 1946, la loi du 30 octobre impose la médecine du travail : cette dernière a un rôle préventif et tend à responsabiliser l'employeur vis-à-vis de ses employés, aussi bien qu'à offrir aux salariés un suivi médical accessible. La Sécurité Sociale, créée en 1945, récupère alors le rôle de la loi de 1898. En 1967, la Caisse Nationale d'Assurance Maladie des Travailleurs Salariés est dédiée aux risques professionnels et maladies des employés : en France, la couverture est assurée par un organisme public, alimenté par des cotisations sociales versées par l'employeur.

En Belgique, l'histoire de l'accident du travail est relativement similaire, au moins à ses débuts. La loi du 24 décembre 1903 donne le droit au salarié blessé sur le lieu de travail de réclamer des dommages et intérêts à son employeur. Avant cette date, la situation du travailleur était bien plus précaire : si la cause de l'accident était de son fait ou s'il s'agissait d'un cas de force majeure, aucune indemnisation n'était prévue. La seule manière d'obtenir réparation pour le préjudice subi était de prouver que l'accident était survenu du fait de l'employeur : il était du ressort de l'employé de démontrer ce lien de cause à effet. La loi de 1903 avait pour principal objectif de changer cet aspect : du fait de l'industrialisation croissante de cette époque, elle établit qu'il n'est plus à prouver que les ouvriers évoluent au contact de machines dangereuses. Désormais, les seules conditions à remplir pour obtenir réparation étaient qu'il s'agisse d'un accident sur le lieu de travail, c'est à dire un événement inattendu et soudain, d'une provenance extérieure à l'individu et source de dommages physiques. Bien sûr, il devait survenir au cours de la réalisation du travail. Les travailleurs blessés (ou leurs ayant-droits en cas de décès) pouvaient alors recevoir jusqu'à 50% du salaire perdu. En cas de décès, ce pourcentage était réduit à 30%. Cette loi n'est pas restée figée au cours du temps, et des modifications furent apportées avec les lois de 1929 et de 1951, pour parvenir à leur version actuelle : les lois de 1967 et 1971.

3.2 L'accident du travail en Belgique

En Belgique, l'accident du travail se scinde en deux catégories : le secteur privé et le secteur public. Chacun dispose de son fonctionnement, que nous allons détailler ici.

3.2.1 Le secteur public

Il correspond à tous les employeurs relevant de la loi du 3 juillet 1967, relatant de la prévention ou de la réparation des dommages résultant des accidents du travail, des accidents survenus sur le chemin du travail ainsi que des maladies professionnelles dans le secteur public. Cette loi se décline en plusieurs arrêtés royaux, promulgués ultérieurement, que voici :

- l'arrêté royal du 24/01/1969,
- l'arrêté royal du 12/06/1970,
- l'arrêté royal du 13/07/1970,
- l'arrêté royal du 30/03/2001.

On y retrouve de nombreux organes liés à l'état, tels que :

- les services publics fédéraux,
- les administrations et autres services des ministères fédéraux,
- le pouvoir judiciaire,
- le Conseil d'Etat,
- les administrations des Gouvernements des Communautés et des Régions,
- les centres d'encadrement des élèves,
- ...

Cette liste non exhaustive reprend quelques uns des organes d'état concernés par la loi de 1967. Nous ne nous attarderons pas davantage dessus, puisque l'objet de ce mémoire est le secteur privé, que nous allons aborder maintenant.

3.2.2 Le secteur privé

Le secteur privé correspond aux entreprises ne faisant pas partie du secteur public. La dénomination de l'accident de travail est toujours la même : un évènement soudain et inattendu, survenant sur le lieu de travail ou sur le trajet y menant. D'autres cas sont également pris en compte : si l'employé est en dehors de son site habituel de travail mais que son déplacement y est lié, la garantie accident du travail peut alors jouer. Même en dehors des heures contractuelles, par exemple lors d'une mission en tant que délégué syndical autorisée par l'employeur, un accident est considéré comme survenant lors de l'exercice des fonctions.

Les trajets aller et retour liés à la profession sont également pris en compte. Le trajet doit être cohérent avec l'itinéraire le plus rapide, mais quelques exceptions sont tolérées : un salarié récupérant ses enfants à l'école, les écarts pour se restaurer ou encore les détours pour prendre les transports en commun sont pris en compte dans la loi de 1971. Ces dernières années, la pandémie de Covid-19 a apporté une nouvelle dimension à l'accident du travail : le télétravail. Ce dernier rentre dans le cadre de la loi si l'employé se trouvait à l'endroit où il a l'habitude de

travailler (sa résidence ou autre). Une indemnisation classique peut alors avoir lieu.

Si un accident survient dans ces conditions, la procédure à suivre est la suivante : le salarié doit informer au plus vite son employeur, qui lui-même doit informer son assureur. On distingue trois catégories d'accident :

- les accidents bénins : ils ne requièrent que des soins mineurs, effectués par un secouriste, mais pas d'intervention plus lourde. Ils n'engendrent pas d'arrêt ni d'indemnisation de quelque sorte.
- les accidents ordinaires : ceux-ci peuvent entraîner un arrêt et une indemnisation, et nécessitent l'intervention d'un médecin.
- les accidents graves : ce sont les plus rares, mais aussi les plus sévères. L'employé est alors gravement blessé, voire tué dans le cadre de ses fonctions.

En ce qui concerne les accidents bénins, il n'est généralement pas nécessaire d'informer l'assureur. Pour les deux autres types, plusieurs déclarations doivent être faites. La première concerne l'assurance : l'employeur dispose de 8 jours pour l'informer du sinistre. Il doit lui transmettre de nombreux justificatifs, dont un certificat médical attestant des dommages corporels subis par l'employé. Dans un second temps, il doit avertir la Direction régionale du Contrôle du Bien-être au travail. Enfin, l'entreprise doit informer le service externe de prévention et de protection au travail. Ce service mènera une enquête afin de déterminer les causes de l'incident pour éviter qu'il ne se reproduise à nouveau.

Vient alors la mise en place de la garantie. Tout d'abord, les frais médicaux engendrés par l'accident de travail sont intégralement pris en charge, dans la limite des tarifs indiqués par l'Institut National d'Assurance Maladie-Invalidité (ou INAMI). Cette institution politique fédérale est contrôlée par le ministère des Affaires Sociales, et assure de nombreuses fonctions comme organiser et gérer l'assurance des soins de santé, des indemnités, informer sur l'assurance obligatoire, améliorer et s'assurer de la qualité des soins, etc...

Détaillons maintenant les différents cas de figure : en cas d'incapacité temporaire totale, l'employeur paie la fin de la journée de survenance de l'accident. A partir du lendemain et jusqu'à la fin de l'incapacité, l'assurance prend en charge le paiement des indemnités journalières basées sur le calcul suivant :

$$\text{Indemnité} = \frac{\text{Rémunération de l'année précédente} \times 90\%}{365}$$

En cas d'incapacité temporaire partielle, l'employé sinistré peut soit reprendre le travail à temps partiel, soit occuper un poste plus adapté. Dans les deux cas, il recevra la différence entre son salaire habituel et son nouveau salaire, imposé par ses nouvelles conditions de travail. Si l'employé refuse de reprendre le travail sans raison valable, alors qu'il se trouve en situation d'incapacité temporaire partielle, alors la base de l'indemnisation journalière sera effectuée à partir du taux d'incapacité :

$$\text{Indemnité} = \frac{\text{Rémunération de l'année précédente} \times \text{Taux d'incapacité}}{365}$$

La dernière catégorie d'invalidité est l'incapacité permanente. Celle-ci est déclarée par le médecin du travail en fonction de l'âge de la victime, des conséquences de l'accident, etc... Concernant le montant de l'indemnité, elle dépend du taux d'incapacité final :

- pour un taux inférieur à 5% :

$$\text{Indemnité} = \text{Rémunération de base} \times \text{Taux d'invalidité} \times 50\%$$

- pour un taux compris entre 5% et 10% :

$$\text{Indemnité} = \text{Rémunération de base} \times \text{Taux d'invalidité} \times 75\%$$

- pour un taux compris supérieur à 10% :

$$\text{Indemnité} = \text{Rémunération de base} \times \text{Taux d'invalidité}$$

Ces paiements sont valables toute la vie de l'employé, qu'il perçoit sous la forme d'allocations (moins de 3 ans d'ancienneté de l'accident) puis de rentes.

Dans certains cas, l'invalidité de la victime ne lui permet pas d'être autonome, et son état requiert l'assistance d'une tierce personne. Dans ce cas, le salarié peut recevoir une allocation pour aide de tiers, permettant de payer les frais dus à cette assistance. Cette allocation est limitée par une borne supérieure fixée par le Conseil National du Travail, égale à 12 mois de salaire.

En dehors de l'invalidité, la conséquence d'un accident du travail peut aller jusqu'au décès du salarié. On considère que ce dernier est lié à l'accident s'il a lieu immédiatement, ou si les lésions occasionées ont ultérieurement causé la mort. Pour faire face à ces situations tragiques, la famille du défunt ou ses ayants-droits bénéficient des couvertures suivantes :

- prise en charge des frais de transport du corps et des frais funéraires,
- versement d'une rente à vie ou temporaire, fonction de la rémunération de base du défunt,
- versement d'une allocation décès : elle correspond à une rente à vie ou temporaire, faisant suite au fait que le salarié était tout d'abord dans un état d'incapacité, et est ultérieurement décédé des suites de l'accident.

Les versements de ces montants sont réservés à une partie seulement de la famille du défunt. En priorité absolue, on retrouve le conjoint ou le cohabitant légal. Dans un second temps viennent les enfants s'ils sont orphelins et s'ils bénéficient de l'allocation familiale. Viennent ensuite les parents, à condition qu'ils vivaient avec leur enfant avant son décès. Finalement, s'ils vivaient directement des revenus du défunt, les petits-enfants ont à leur tour droit à la rente. Les ayants-droits de dernier recours sont les frères et sœurs du salarié.

3.3 Evènements majeurs de l'accident du travail

3.3.1 Les attentats du World Trade Center

Il s'agit d'un des évènements majeurs en matière de catastrophe man made du XXI^{ème} siècle. Le man made correspond aux sinistres d'origine humaine. En l'occurrence, les attentats des tours jumelles sont le résultat d'un acte terroriste mené sur le territoire américain, lors de la journée du 11 septembre 2001. Le bilan humain est tragique : 2 977 morts et 6 291 blessés. Commandité par le réseau terroriste Al-Qaïda, cette attaque s'est déroulée sur quatre lieux différents. Les tours jumelles de Manhattan sont les cibles les plus connues, le Pentagone est la troisième, tandis que le dernier avion s'écrase en Pennsylvanie, après une vaine tentative des passagers pour en reprendre le contrôle. Ce sont les attentats les plus meurtriers jamais perpétrés.



FIGURE 19 – Les tours jumelles après impact

En matière d'assurance, cet évènement eu de nombreuses répercussions, notamment en réassurance. Comme abordé plus haut, il existe deux types de couverture : par risque et par évènement. L'un des enjeux de cette catastrophe a été de déterminer s'il s'agissait d'un seul évènement, ou de plusieurs. En fonction de la décision de la justice américaine, l'indemnisation pouvait varier du simple au double. Le propriétaire des tours, Larry Silverstein, avait changé son contrat d'assurance quelques semaines avant les attentats. Il lui garantissait qu'en cas d'attaque terroriste, la valeur assurée lui serait remboursée pour chaque évènement enregistré : son intérêt était donc de montrer que chaque tour consistait en un attentat à part entière. Au terme d'un combat juridique face à ses assureurs, la justice lui donna raison, et il fut indemnisé à hauteur de 4.6 milliards de dollars, contre 3.5 comme le souhaitaient ses assureurs. Il fit même un bénéfice par rapport au prix d'achat des constructions.

Concernant la garantie accident du travail, les travailleurs présents dans les tours et blessés au moment du drame ont pu bénéficier de la garantie *Workers' Compensation* à laquelle ils étaient inscrits. Dans le cas d'un décès, les familles des victimes ont pu être indemnisées. De

la même manière, les personnes ayant participé à des opérations de sauvetage et de nettoyage des débris et ayant été blessées au cours de cet exercice ont pu bénéficier de garanties. On peut évoquer ici les pompiers, policiers et autres volontaires qui intervinrent au cours des jours suivant la catastrophe. Des fonds de solidarité pour les travailleurs ont également été mis en place. En plus du fonds de l'état de New York, on peut citer :

- le World Trade Center Volunteer Fund Benefits : créé en 2002 afin de soutenir financièrement les volontaires ayant subi des pertes de salaire et/ou des problèmes de santé à la suite des attentats,
- le World Trade Center Health Program : il inclut les travailleurs présents dans les tours au moment des impacts ainsi que les personnes ayant participé aux sauvetages, sans conditions supplémentaires, dès lors que leur santé physique a été dégradée suite aux événements,
- le September 11th Victim Compensation Fund : comme le fond précédent, ce programme fédéral concerne toutes les victimes blessées au cours des attentats, et les familles des défunts, allant des personnes travaillant sur place à celles ayant apporté leur aide. Il est possible de s'y manifester jusqu'en 2090.

Enfin, pour les victimes ne bénéficiant pas de couverture accident du travail, ou n'étant pas inclu dans le fonds de l'état de New York, des moyens ont également été déployés afin de leur fournir une compensation financière.

3.3.2 La catastrophe de Ghislenghien

La catastrophe de Ghislenghien, portion de la ville d'Ath dans la province du Hainaut, survenue le matin du 30 juillet 2004, est l'une des pires ayant jamais touché le royaume. Due à une fuite de gaz naturel, elle causa la mort de 24 personnes (dont la dernière s'éteignit un an après les faits) et en blessa 132. Une augmentation de la pression dans une conduite de gaz sous-terrain est à l'origine de l'explosion soudaine du gazoduc : plusieurs pompiers, déjà sur places, sont victimes de l'accident, ainsi que des travailleurs du chantier, un policier, mais également des automobilistes passant à proximité. L'explosion, haute d'une centaine de mètres, projettera des débris jusqu'à 6 kilomètres de distance. L'incendie qu'elle engendre s'étend à la station service adjacente ainsi qu'au site d'une nouvelle usine alors en construction.



FIGURE 20 – Localisation de Ghislenghien

Le procès visant à déterminer les fautifs de l'incident eu lieu en 2010. Les coupables de première instance firent appel, et le verdict du second procès, délivré en 2011, jugea les sociétés Fluxys et Diamant Boart responsables. Finalement, le pourvoi en cassation décida des coupables finaux : l'architecte chargé des travaux, l'entreprise Tramo ainsi que son conducteur de travaux comme auteurs d'homicides involontaires. La SA Tramo a été condamnée à 165 000 € d'amende avec sursis. L'indemnisation des victimes fut effectuée par l'intermédiaire de la Fondation Ghislenghien, financée par Fluxys, compagnie impliquée dans l'accident, et Assuralia, une compagnie d'assurance. Parallèlement, les assurances individuelles ont bien sûr assumé les conséquences financières de la catastrophe. Les ouvriers ayant été touchés dans le cadre de l'exercice de leurs fonctions, comme les pompiers en tentant de sauver les victimes ont été pris en charge par l'assurance accident du travail de leurs employeurs respectifs.

Maintenant que nous avons présenté le fonctionnement de l'accident du travail en Belgique, nous allons nous intéresser aux bases actuarielles qui permettent aux assureurs de gérer les flux

liés à cette branche.

4 Principes actuariels fondamentaux

4.1 Primes, sinistralité et ratio S/P

Le type de modélisation abordé a été la méthode par expérience, basée sur l'historique des données transmises par les cédantes. Dans le cadre du renouvellement, ces dernières envoient annuellement les informations relatives à leurs portefeuilles assurés : cela permet aux réassureurs de tarifier les structures demandées au plus proche de l'exposition réelle des cédantes. Afin de mesurer cette exposition, figurent parmi ces informations des notions telles que :

- les primes perçues
- les primes attendues pour l'année en cours
- le nombre de contrats

En plus des cotisations, les cédantes transmettent leur sinistralité historique. Cela permet au réassureur d'estimer la sévérité des charges auxquelles l'assureur fait face, et d'anticiper celles à venir. Dans la branche Accident du Travail, cette sinistralité prend le plus souvent la forme de triangles de développement. En effet, il s'agit d'une branche dite "Long Tail", c'est à dire pour laquelle un sinistre peut évoluer au cours du temps. De nombreux facteurs peuvent être à l'origine d'un tel changement : une mauvaise estimation des provisions ou encore une nouvelle décision de justice impactent directement la vie d'un sinistre. Les triangles de développement permettent de bien se rendre compte de cette évolution. En général, les cédantes communiquent trois types de montants : les "Paid", "Outstanding" et "Incurred", respectivement traduits en français par Payé, Provisionnement et Total.

Les premiers correspondent aux montants déjà versés dans le cadre de l'indemnisation, les seconds à ceux provisionnés en raison de l'estimation des flux futurs, tandis que les derniers sont la somme des deux premiers : il s'agit du montant total du sinistre, c'est à dire le cumul des sommes arrêtées allant servir aux paiements à venir :

$$Incurred = Paid + Outstanding$$

Il est aussi à noter que les cédantes transmettent leur sinistralité en excédent d'un certain seuil de déclaration. Cela signifie que les sinistres n'ayant jamais dépassé ce montant au cours de leur développement ne sont pas mentionnés dans les packs de renouvellement transmis aux réassureurs. Par exemple, si un assureur fixe son seuil de déclaration à € 500k, seules les réclamations supérieures à cette valeur apparaîtront dans les données : cela signifie que l'information dont les réassureurs disposent pour effectuer leur tarification est en quelque sorte "biaisée". Il leur faut tenir compte dans leur modélisation du fait qu'ils ne disposent pas de l'information en deçà de ce seuil, mais seulement de celle le dépassant.

Il est alors intéressant de calculer le ratio Sinistres sur Primes : $S/P = \frac{Sinistralité}{Prime}$. Cet indicateur permet d'apprécier la santé financière de l'assureur. Si le ratio S/P dépasse les 100%, cela signifie que la cédante verse davantage d'indemnisations que ce qu'elle n'engrange de cotisations. Au contraire, un S/P inférieur à 100% indique que la compagnie dégage plus de

primes que de sinistralité, écart qu'elle devra corriger si elle veut rester viable.

4.2 Méthodes de provisionnement

Cette partie vise à présenter le provisionnement non vie, ainsi que les méthodes employées aujourd'hui dans le monde de l'assurance/réassurance.

Les provisions servent à faire face au caractère aléatoire de la sinistralité. Au cours de sa vie, c'est à dire jusqu'à ce qu'il soit complètement réglé, un sinistre peut voir son montant évoluer, à la hausse comme à la baisse. Cela dépend de différents facteurs, non contrôlés par la compagnie d'assurance : dans le cas des sinistres corporels comme en accident du travail, l'indemnisation dépend de l'état de santé de la victime, qui peut changer tant que son état n'est pas stabilisé. Elle varie aussi en fonction des décisions rendues par la justice : si la victime fait appel de son premier jugement et que la seconde délibération lui donne droit à une indemnisation plus conséquente que celle initialement prévue, il est du ressort de l'assureur d'anticiper de tels variations. C'est à cela que sert le provisionnement. Les branches qualifiées de *branches à cadence de règlement longue*, comme l'accident du travail, doivent s'y conformer, au risque de voir un sinistre se dégrader et de ne pouvoir indemniser correctement la victime.

Ces cadences de règlement nécessitent de distinguer différentes dates dans la vie d'un sinistre :

- l'exercice de survenance du sinistre : année où le sinistre a lieu,
- l'exercice de déclaration : année où l'assuré informe son assureur de la survenance du sinistre,
- l'exercice de règlement : année où le sinistre est définitivement réglé par l'assureur,
- les exercices de développement : années qui séparent l'exercice de survenance de l'exercice de règlement. C'est durant cette période que le sinistre peut être amené à s'améliorer ou se dégrader.

C'est au titre de ces exercices de développement que la compagnie d'assurance constitue des provisions, afin de pourvoir à d'éventuelles variations de la sinistralité. L'étude présentée ci-après considère que les exercices de survenance et de déclaration sont confondus, et que l'exercice de règlement est atteint lorsque le sinistre s'est totalement développé.

Le calcul des provisions est généralement effectué à partir d'un triangle de règlement, dont voici un exemple ci-dessous :

Exercice de survenance	Exercices de développement								
	0	1	...	j	...	n-i	...	n-1	n
0	C_{00}	C_{01}	...	C_{0j}	...	$C_{0,n-i}$...	$C_{0,n-1}$	C_{0n}
1	C_{10}	C_{11}	...	C_{1j}	...	$C_{1,n-i}$...	$C_{1,n-1}$	C_{1n}
...
i	C_{i0}	C_{i1}	...	C_{ij}	...	$C_{i,n-i}$
...
n-j	$C_{n-j,0}$	$C_{n-j,1}$...	$C_{n-j,j}$
...
n-1	$C_{n-1,0}$	$C_{n-1,1}$	$C_{n-1,n}$
n	C_{n0}	C_{n1}	$C_{n,n-1}$	C_{nn}

FIGURE 21 – Triangle de règlement

Il condense l'évolution de la sinistralité transmise par la cédante. Les lignes indiquent l'année de survenance des sinistres, les colonnes donnent leurs développements au fil du temps. Ainsi :

- le montant C_{ij} indique le montant de sinistralité survenue l'année i et et développée sur j années,
- les montants figurant sur la première ligne correspondent à l'évolution des sinistres survenus la première année d'observation (année 0),
- ceux figurant sur la première colonne font référence aux montants des sinistres tels que calculés l'année de leur survenance,
- ceux figurant sur la diagonale (surlignée en orange) sont les derniers montants connus pour chaque année de survenance,
- les montants strictement sous diagonaux ne sont pas encore connus : ce sont les développements futurs, que les méthodes de provisionnement présentées ci-après tentent de déterminer le plus fidèlement possible.

L'enjeu d'un tel triangle est de déterminer la dernière colonne : elle correspond à ce que l'on appelle *l'ultime*, c'est à dire le dernier développement de la sinistralité, au-delà duquel on estime que celle-ci ne sera plus amenée à changer. On constate immédiatement que la première année de survenance est donc considérée comme étant totalement développée (elle a déjà atteint son ultime montant), tandis que la dernière n'est qu'à son premier développement : il lui reste encore n années avant d'atteindre son niveau final.

Il existe différentes méthodes de provisionnement : déterministes, stochastiques, certaines plus complexes que d'autres. Ci-dessous sont présentées deux d'entre elles, les plus couramment employées dans le milieu assurantiel et dont cette étude se servira par la suite : Chain Ladder et Cape Cod.

4.2.1 Chain Ladder

La méthode Chain Ladder se base sur l'évolution année après année des montants à charge de l'assureur. On agglomère la sinistralité en excédent de chaque tranche par année d'occurrence, sinistralité cumulée que nous noterons par la suite $C_{i,j}$ pour faire référence au j -ème

développement de l'année i . On peut définir alors le facteur de développement propre à ce développement et à cette année d'occurrence :

$$f_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} \quad (9)$$

Où $f_{i,j}$ est le CL Factor (facteur de Chain Ladder) correspondant au j -ème développement de la i -ième année de survenance. Au j -ème développement, le nombre de facteurs est de $n-j$. En effet, on ne considère que les années d'occurrence dont les deux montants de sinistralité sont sur-diagonaux. L'hypothèse de la méthode Chain Ladder est de dire qu'on peut approximer les facteurs d'un même développement par un seul, soit :

$$\forall i, \forall j, \exists f_j, C_{i,j+1} = f_j C_{i,j} \quad (10)$$

La formule permettant de calculer ce facteur commun est la suivante :

$$f_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j} C_{i,j}} \quad (11)$$

En réécrivant cette formule avec la notation $f_{i,j}$, on retrouve que ce facteur commun est une moyenne des facteurs individuels, pondérée par les montants de sinistralité cumulée des années d'occurrence :

$$f_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} f_{i,j} C_{i,j}}{\sum_{i=0}^{n-j} C_{i,j}} \quad (12)$$

De cette manière, on peut déterminer la charge ultime de chaque année de développement. Pour chaque année d'occurrence, on prend le dernier montant connu, c'est à dire le montant diagonal correspondant à l'année de développement j telle que $j = n - i$, et on multiplie ce montant $C_{i,j}$ par les facteurs de Chain Ladder suivants. Ainsi :

$$C_{i,n} = C_{i,n-i} \prod_{j=n-i}^n f_j = C_{i,n-i} \gamma_i \quad (13)$$

Cependant, cette méthode nécessite de vérifier certaines hypothèses avant d'être mise en œuvre. Tout d'abord, le fait d'assigner un facteur commun à chaque développement présuppose qu'à j fixé, les points $(C_{i,j}; C_{i,j+1})_{i \in [1;n]}$ se trouvent sur une droite linéaire dont le coefficient directeur serait le facteur f_j en question. Si ces points sont trop éloignés de la droite, alors Chain Ladder n'est pas la méthode la plus indiquée pour traiter le développement de cette sinistralité, et il faut se tourner vers d'autres méthodes. Une autre manière de vérifier si Chain Ladder est applicable est le D Triangle : il correspond au triangle de développement dans lequel on a substitué les charges cumulées par les facteurs de développement individuels $f_{i,j}$. Pour que Chain Ladder soit applicable, on s'attend à ce que les valeurs par colonne soit relativement proches les unes des autres (on rappelle que CL approxime ces colonnes par le facteur unique f_j).

Toutefois, bien que facile d'utilisation et de mise en pratique, Chain Ladder présente certaines limites. En effet, le calcul des facteurs f_j étant basé sur la sinistralité cumulée des années d'occurrence, plus l'année de développement est éloignée, moins on dispose de données. Si bien que pour le dernier développement, le facteur f_n est uniquement composé d'un unique facteur

individuel : $f_n = f_{0,n}$. Cet estimateur devient de plus en plus volatile à mesure que l'on avance dans les développements. C'est pourquoi il est souvent combiné à d'autres méthodes, comme celle de Cape Cod, que nous allons maintenant aborder.

4.2.2 Cape Cod

La méthode Cape Cod repose sur l'utilisation d'une métrique que l'on suppose commune à toutes les années d'occurrence. On définit un indicateur d'exposition au risque, que l'on notera E_i par la suite. Dans la pratique, il peut correspondre à :

- des primes
- des nombres de contrats
- des nombres de sinistres
- ...

On pose la variable $L_{i,j}$ telle que :

$$L_{i,j} = \frac{C_{i,j}}{E_i} \quad (14)$$

Ainsi, la valeur que l'on cherche à estimer est l'ultime de chaque année d'origine, à savoir, pour tout i , $L_{i,n}$. Par exemple, et c'est ce que nous supposons par la suite, on peut prendre $E_i = P_i$ les primes comme indicateur d'exposition au risque. Dès lors, la variable $L_{i,j}$ devient le loss ratio du j -ème développement de l'année i . De manière individuelle, ces loss ratio ultimes peuvent être approchés par :

$$\forall i, \forall j, L_{i,n} = \frac{C_{i,n}}{P_i} = \frac{C_{i,n-i}}{p_{n-i}P_i} \quad (15)$$

où

$$p_{n-i} = \frac{C_{i,n-i}}{C_{i,n}} = \frac{1}{\gamma_i} = \frac{1}{\prod_{j=n-i}^n f_j}$$

est le ratio à l'ultime de l'année d'origine i , issu de la méthode de Chain Ladder.

Cape Cod fait le postulat qu'il existe un loss ratio ultime commun à toutes les années d'origine. Nous le noterons κ par la suite. Une fois déterminé, comme nous avons à disposition les montants de cotisations perçues par année de survenance, il ne nous restera plus qu'à effectuer le produit $C_{i,n} = \kappa \times P_i$ pour obtenir la charge ultime. Il reste à l'estimer par la formule suivante :

$$\kappa = \frac{\sum_{i=0}^n C_{i,n-i}}{\sum_{i=0}^n p_{n-i}P_i} \quad (16)$$

De cette manière, la charge ultime s'écrit : $C_{i,n} = C_{i,n-i} + (1 - p_{n-i})C_{i,n}$, où l'on connaît désormais toutes les composantes. $C_{i,n-i}$ est le dernier montant de sinistralité connu pour l'année de survenance i , le facteur p_{n-i} se calcule à l'aide de Chain Ladder, et l'ultime $C_{i,n}$ se calcule comme expliqué ci-dessus. Finalement,

$$\forall i, C_{i,n} = C_{i,n-i} + (1 - p_{n-i})\kappa P_i \quad (17)$$

Cape Cod est souvent utilisée pour les développements les plus éloignés de la date d'origine, c'est à dire là où Chain Ladder pêche par le manque de données. La volatilité de cette dernière est alors compensée par Cape Cod. Dans la finalité, on croise souvent les deux approches. La méthode appliquée est alors une combinaison pondérée de ces deux analyses.

4.3 Techniques de modélisation

En modélisation charges/sinistres, deux grands types de modèles sont généralement étudiés : les modèles individuel et collectif. Après les avoir rapidement présentés, nous détaillerons les raisons nous ayant conduit à notre choix final.

4.3.1 Le modèle individuel

Cette première approche consiste à modéliser la sinistralité de chaque contrat, pris individuellement. Pour chacun d'entre eux, une première composante indique s'il a été sinistré au cours de la période d'étude, et une seconde renseigne le montant des charges potentielles. On peut le représenter sous la forme :

$$S_{ind} = \sum_{i=1}^n I_i X_i \quad (18)$$

Où :

- n est le nombre de contrats considérés,
- $I_i \sim Ber(p_i)$ indique si le i -ème contrat a été sinistré,
- X_i correspond à la charge totale pour la période étudiée de ce contrat.

Ce modèle est très précis, dans la mesure où il s'intéresse individuellement à chaque contrat, associe à chacun d'entre eux une probabilité p_i unique d'être sinistré, et modélise séparément les dégâts observés. Cependant, sa calibration nécessite une quantité de données très importante : pour chaque police en portefeuille, cela requiert d'avoir l'historique de survenance de sinistres ainsi que les montants de chacun d'eux. Ses principales caractéristiques peuvent être reprises ci-dessous, sous hypothèse d'indépendance entre contrats, comme entre survenance et sévérité des sinistres :

$$E(S_{ind}) = \sum_{i=1}^n E(I_i X_i) = \sum_{i=1}^n E(I_i) E(X_i) = \sum_{i=1}^n p_i E(X_i) \quad (19)$$

Pour le calcul de la variance, on en rappelle la formule de décomposition :

$$V(A_i B_i) = V(E(A_i B_i | A_i)) + E(V(A_i B_i | A_i))$$

Puis :

$$\begin{aligned}
V(S_{ind}) &= \sum_{i=1}^n V(I_i X_i) \\
&= \sum_{i=1}^n V(E(I_i X_i | I_i)) + \sum_{i=1}^n E(V(I_i X_i | I_i)) \\
&= \sum_{i=1}^n V(I_i E(X_i | I_i)) + \sum_{i=1}^n V(I_i X_i | I_i = 1)P(I_i = 1) + V(I_i X_i | I_i = 0)P(I_i = 0) \\
&= \sum_{i=1}^n V(I_i)E(X_i | I_i)^2 + \sum_{i=1}^n V(X_i)p_i \\
V(S_{ind}) &= \sum_{i=1}^n p_i q_i E(X_i)^2 + \sum_{i=1}^n p_i V(X_i)
\end{aligned}$$

Ces formules permettent d'obtenir rapidement l'espérance et la variance du modèle individuel.

Cependant, le niveau de granularité requis par la réassurance n'est pas aussi fin que celui du contrat. Une telle approche serait vaine, aussi bien en terme de temps investi qu'en terme de résultat. C'est pourquoi nous nous sommes davantage penchés sur le modèle collectif.

4.3.2 Le modèle collectif

De même que précédemment, il a pour objectif de simuler la sinistralité agrégée d'un portefeuille. Il ne s'attache pas au contrat, mais à la sinistralité globale observée. On peut représenter ci-dessous sa forme :

$$S_{col} = \sum_{i=1}^N X_i \quad (20)$$

On retrouve bien deux composantes aléatoires, une concernant la fréquence et l'autre la sévérité des sinistres. Cependant, plutôt que d'apparaître dans le corps de la formule, la variable de fréquence est l'une des bornes de la somme :

- N est une variable de comptage, à valeurs dans \mathbf{N} , donnant le nombre de sinistres ayant touché le portefeuille au cours de la période d'étude,
- X_i est la valeur modélisée de chacun des N sinistres, obéissant à une loi de probabilité que nous déterminerons par la suite.

Comme dans le modèle individuel, l'hypothèse d'indépendance est faite ici : on suppose que N est indépendant des montants de sinistres X_i , et que de même les X_i sont indépendants entre eux et identiquement distribués.

Bien que moins précis car considérant le portefeuille dans son ensemble, ce modèle collectif est plus simple à mettre en œuvre. L'étude à mener n'est plus aussi granulaire que précédemment. Ci-dessous, nous reprenons les formules de base permettant d'exploiter les résultats de ce modèle :

$$E(S_{col}) = E\left(\sum_{i=1}^N X_i\right) \quad (21)$$

$$= E\left(E\left(\sum_{i=1}^N X_i \mid N\right)\right) \quad (22)$$

$$= E\left(\sum_{i=1}^N E(X_i \mid N)\right) \quad (23)$$

$$= E\left(\sum_{i=1}^N E(X_i)\right) \quad (24)$$

$$E(S_{col}) = E(NE(X_1)) = E(N)E(X_1) \quad (25)$$

Le passage de la ligne (23) à la ligne (24) est lié à l'indépendance entre N et les X_i , tandis que celui de la ligne (24) à (25) s'appuie sur la distribution identique des X_i entre eux.

Le calcul de la variance s'opère sur la décomposition de la variance :

$$V(S_{col}) = E(V(S_{col} \mid N)) + V(E(S_{col} \mid N)) \quad (26)$$

$$= E\left(V\left(\sum_{i=1}^N X_i \mid N\right)\right) + V\left(E\left(\sum_{i=1}^N X_i \mid N\right)\right) \quad (27)$$

$$= E\left(\sum_{i=1}^N V(X_i \mid N)\right) + V\left(\sum_{i=1}^N E(X_i \mid N)\right) \quad (28)$$

$$= E(NV(X_1)) + V(NE(X_1)) = E(N)V(X_1) + E(X_1)^2V(N) \quad (29)$$

L'intérêt de cette approche en fréquence/sévérité détaillée repose sur la loi faible des grands nombres (LFGN) :

Théorème 1 *Loi faible des grands nombres :*

Soit $(X_n)_{n \in \mathbf{N}}$ une suite de variables aléatoires indépendantes définies sur un espace probabilisé (Ω, A, \mathbb{P}) , de même espérance μ et variance $\sigma^2 < +\infty$. Alors la moyenne empirique des X_n converge en probabilités vers μ :

$$\forall \epsilon > 0, \lim_{n \rightarrow +\infty} P\left(\left|\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \mu\right| \geq \epsilon\right) = 0$$

Dans notre cas, cette loi indique que si les sinistres que nous observons sont indépendants et identiquement distribués (hypothèse que nous faisons), alors le sinistre moyen va avoir tendance à se rapprocher de l'espérance de la distribution de ces sinistres. Cela signifie que plus on observe de sinistres, plus le montant moyen de ces derniers (c'est à dire la prime réclamée a priori aux assurés) est proche de l'espérance de leur distribution. L'enjeu est donc de déterminer les paramètres de cette dernière, afin d'en déduire l'espérance.

L'idée est donc d'estimer les lois de probabilité régissant les comportements de N et des X_i , via des méthodes de calibration des paramètres. Il en existe plusieurs, parmi lesquelles les plus connues sont le maximum de vraisemblance et la méthode des moments. Ces approches permettent de calculer les paramètres à l'aide des données historiques des assureurs. En reprenant pour chaque tranche étudiée le nombre de sinistres ainsi que leurs montants, on obtient les

Burning Costs correspondants que l'on va plus tard chercher à modéliser. Plutôt que de nous intéresser à la seule sinistralité, nous avons donc décidé de nous attacher au rapport entre cette dernière et l'exposition du marché, ci-dessous dénotée par e :

$$BC_{P,L} = \frac{S_{col}}{e} = \frac{E(N)E(X_1)}{e}$$

Ce Burning Cost est celui d'une tranche de priorité P et de limite L , correspondant donc à une couverture totale de $L - P$. Les autres notations sont reprises des calculs effectués plus haut.

4.4 Lois de probabilité

Les lois présentées ci-dessous serviront dans la suite de ce mémoire. La première partie concerne la modélisation de la fréquence, tandis que la seconde se focalise sur celle de la sévérité.

4.4.1 Modélisation de la fréquence

La loi de Poisson est assez souvent employée pour la fréquence, aussi bien en assurance qu'en réassurance. Si N suit une loi de Poisson de paramètre λ ($N \sim P(\lambda)$), on peut écrire :

$$\forall k \in \mathbf{N}, \mathbb{P}(N = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$$

Il s'agit d'une loi discrète, ce qui coïncide bien avec la survenance de sinistres. Elle est caractérisée par le fait que son espérance est égale à sa variance, phénomène dit d'équidispersion.

$$E(N) = \sum_{k=1}^{+\infty} k \times e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} \tag{30}$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} \tag{31}$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\lambda^k}{k!} \tag{32}$$

$$E(N) = \lambda \tag{33}$$

Et :

$$V(N) = E(N^2) - E(N)^2 \quad (34)$$

$$= \sum_{k=1}^{+\infty} k^2 \times e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} - \lambda^2 \quad (35)$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{+\infty} k \times \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} - \lambda^2 \quad (36)$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{d}{d\lambda} \frac{\lambda^k}{(k-1)!} - \lambda^2 \quad (37)$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \frac{d}{d\lambda} \left[\lambda \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} \right] - \lambda^2 \quad (38)$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \frac{d}{d\lambda} [\lambda e^\lambda] - \lambda^2 \quad (39)$$

$$= \lambda e^{-\lambda} (\lambda + 1) e^\lambda - \lambda^2 \quad (40)$$

$$= \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 = \lambda \quad (41)$$

Cette propriété la prédispose pour des distributions de fréquence où la moyenne et la variance empirique sont proches l'une de l'autre.

4.4.2 Modélisation de la sévérité

La première loi abordée dans la modélisation de la sévérité sera celle de **Pareto**. Caractérisée par son paramètre k , il s'agit d'une loi continue dont les fonctions de répartition et de distribution s'écrivent, pour tout $x \geq x_m$:

$$F_{Pareto}(x) = 1 - \left(\frac{x_m}{x}\right)^k$$

$$f_{Pareto}(x) = k \frac{x_m^k}{x^{k+1}}$$

La valeur de x_m peut être interprétée comme un seuil minimum en deçà duquel la variable aléatoire ne peut pas descendre. Largement utilisée en réassurance, nous verrons par la suite qu'elle s'adapte particulièrement bien à la forme des données employées dans ce mémoire. La loi de Pareto admet une espérance dès lors que son paramètre k est strictement supérieur à 1. Alors :

$$E_{Pareto}(X) = \int_{x_m}^{\infty} 1 - F_{Pareto}(x) dx \quad (42)$$

$$= \int_{x_m}^{\infty} \left(\frac{x_m}{x}\right)^k dx \quad (43)$$

$$= x_m^k \times \left[\frac{x^{1-k}}{1-k} \right]_{x_m}^{\infty} \quad (44)$$

On en déduit :

$$E_{Pareto}(X) = \begin{cases} \frac{x_m}{k-1} & \text{si } k > 1 \\ \text{n'existe pas sinon} & \end{cases} \quad (45)$$

La seconde loi abordée ici est celle de **Benktander, Type II**. Comme Pareto, elle est largement employée en réassurance, notamment car elle possède la même caractéristique de seuil : son support est $[1; +\infty]$. Elle convient parfaitement pour modéliser une variable de la forme $\frac{X}{x_m}$, où x_m représente la valeur minimale que peut prendre X . Ainsi :

$$F_{Benktander II}(x) = \begin{cases} 1 - x^{b-1} \exp\left(\frac{a}{b}(1-x^b)\right) & \text{si } x \geq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Aussi appelée distribution de Benktander Weibull en raison de sa ressemblance asymptotique à cette dernière, on peut calculer l'espérance de cette loi :

$$E_{Benktander II}(X) = \int_1^\infty 1 - F_{Benktander II}(x) dx \quad (46)$$

$$= \int_1^\infty x^{b-1} e^{\frac{a}{b}(1-x^b)} dx \quad (47)$$

$$= e^{\frac{a}{b}} \int_1^\infty x^{b-1} e^{-\frac{a}{b}x^b} dx \quad (48)$$

On effectue le changement de variable : $t = -\frac{a}{b}x^b$. Formellement, on peut écrire :

$$\frac{dt}{dx} = -ax^{b-1}$$

$$dx = \frac{-1}{ax^{b-1}} dt$$

En remplaçant ci-dessus :

$$E_{Benktander II}(X) = e^{\frac{a}{b}} \int_1^{\infty} x^{b-1} e^{-\frac{a}{b}x^b} dx \quad (49)$$

$$= e^{\frac{a}{b}} \int_{-\frac{a}{b}}^{-\infty} \frac{-1}{ax^{b-1}} x^{b-1} e^t dt \quad (50)$$

$$= \frac{e^{\frac{a}{b}}}{a} \int_{-\infty}^{-\frac{a}{b}} e^t dt \quad (51)$$

$$= \frac{e^{\frac{a}{b}}}{a} [e^t]_{-\infty}^{-\frac{a}{b}} \quad (52)$$

$$E_{Benktander II}(X) = \frac{1}{a} \quad (53)$$

Les lois de fréquence et de sévérité détaillées ci-dessus permettront par la suite d'appliquer des modèles probabilistes aux données des cédantes. Maintenant que ces généralités ont été présentées, la suite de ce mémoire peut être exposée. La partie suivante est consacrée à la présentation, à l'analyse et au traitement des données, avant de s'attacher à la modélisation du risque étudié.

5 Analyse et traitement des données

5.1 Swiss Re et le marché belge

Swiss Re est présent sur le marché belge au travers de plusieurs pans de l'assurance. Dans le secteur de la non-vie, il s'agit d'un pays non négligeable. Sur l'aspect dommage, d'intenses inondations ont largement attaqué les programmes de réassurance au cours de l'été 2021. Concernant la responsabilité, sa législation spécifique nécessite d'en comprendre les tenants et les aboutissants. L'accident du travail ne fait pas exception. L'approche actuelle qui est privilégiée est la suivante : lorsqu'une cédante approche Swiss Re pour un programme de réassurance, l'étude qui est menée se fait sur une base individuelle. Les données transmises, primes comme sinistralité, sont analysées assureur par assureur, et ont l'avantage de proposer un prix uniquement basé sur l'historique de la cédante. L'évolution de son portefeuille se fait directement ressentir sur la tarification obtenue : une dépréciation d'un sinistre fera augmenter le prix aussi bien qu'une amélioration le fera diminuer. De cette manière, les discussions avec les assureurs sont rendues plus faciles : en fonction des données qu'ils transmettent, ils peuvent d'ores et déjà s'attendre à la tendance de la tarification qui leur sera proposée.

Cependant, cette approche individuelle présente des inconvénients, ainsi que quelques pistes d'améliorations. Tout d'abord, une cédante qui ne dispose que de peu d'historique, voire pas du tout, est difficile à tarifier sur cette base. En effet, moins elle a de sinistres sur lesquels s'appuyer, moins la projection des montants à l'ultime sera fiable (les méthodes Chain Ladder comme Cape Code ont besoin d'un minimum de données pour être pertinentes). Dans le même registre, la distribution de la sinistralité ne sera pas non plus représentative. Une loi de probabilité nécessite un minimum de valeurs pour être crédible. Dans cette situation, on peut évoquer les nouveaux assureurs, ceux de taille restreinte (comme cela peut être le cas en Belgique), ou encore les cédantes lançant un nouveau produit.

5.2 Périmètre d'étude

Ce mémoire se base sur l'étude du marché de l'accident du travail en Belgique. Ce secteur est composé de plusieurs acteurs, que nous prendrons tous en compte, à l'exception de l'un d'entre eux : Allianz, du fait de l'absence de données transmises de leur part cette année. Cet assureur possède certes une part de marché non négligeable (environ 10%), toutefois la présence des neuf autres concurrents rendra cette étude largement représentative du marché.

Les poids des assureurs considérés dans ce mémoire sont représentés dans le graphique suivant (représentation en fonction des quantités de prime touchées) :

Proportions des acteurs considérés au sein de l'échantillon

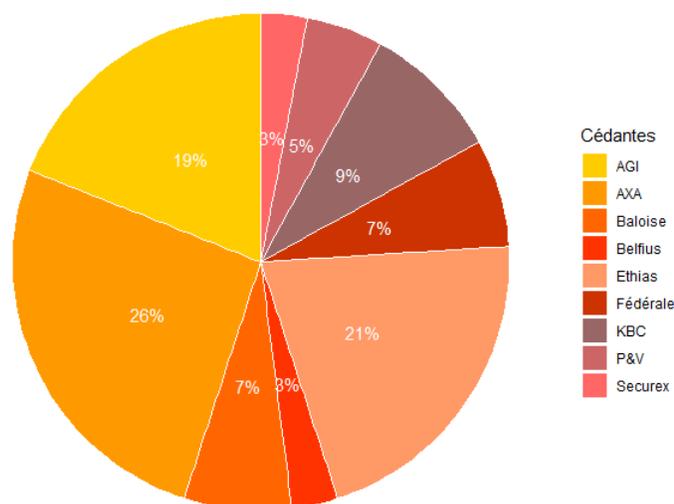


FIGURE 22 – Tailles comparatives des cédantes considérées

On observe une présence affirmée d'AXA Belgium, Ethias et AG Insurance, qui à elles seules occupent plus de 65% du marché.

Comme indiqué plus haut, ces cédantes transmettent chaque année des informations telles que les cotisations qu'elles ont perçues, l'évolution de leur nombre de polices, les réclamations qu'elles se sont vues adresser, ainsi que les structures qu'elles souhaitent acheter. Ces informations, que nous allons retravailler, constituent la base de l'analyse que nous allons mener par la suite.

5.3 Paramétrage de l'étude

5.3.1 Construction des indices

Les données transmises par les cédantes nécessitent d'être retravaillées avant d'être exploitées. La première étape consiste en la revalorisation des montants transmis, afin de pouvoir les comparer entre eux : c'est ce que l'on appelle l'As If.

L'idée est d'utiliser un facteur de proportionnalité sur les primes et sinistres, en vue de rendre les années comparables. Du fait de l'inflation, de l'évolution des salaires, des prix à la consommation, 1€ en 2000 et 1€ en 2022 n'ont pas la même valeur. Pour pallier ce biais, l'emploi d'indices est rendu nécessaire, et tout se passe comme si les montants étaient exprimés en valeur 2022. Comme expliqué plus haut, les deux éléments fondamentaux de notre étude sont les cotisations et la sinistralité des cédantes. Un indice est donc calculé pour chacun d'entre eux. La formule suivante permet d'obtenir la valeur As If 2022 d'un montant quelconque :

$$Montant_{2022} = Montant_i \times \frac{Indice_{2022}}{Indice_i} \quad (54)$$

Cette formule est valable aussi bien pour les primes que pour les sinistres.

Afin de revaloriser les données, il est primordial de prendre des indices adaptées au secteur de l'accident du travail. En Belgique, l'indemnisation de cette branche est basée sur les décisions de justice rendues lors qu'un sinistre survient. Un individu arrêté, ne pouvant travailler pour une période fixée ou indéterminée, doit pouvoir continuer à vivre convenablement. De même, si des frais d'hôpitaux sont engagés, l'assureur doit être en mesure de les régler. Ainsi, le premier indice que nous retiendrons est celui des prix à la consommation, appelé par la suite **CPI**. En effet, s'ils s'envolent dû à l'inflation, la personne sinistrée doit pouvoir la suivre.

Le second indice retenu est celui de l'indexation des **salaires**. Ce dernier joue un rôle important dans l'établissement de la compensation financière versée à la victime : elle doit pouvoir continuer à vivre de la même manière que lorsqu'elle travaillait, au moins financièrement. Ci-dessous se trouve un graphique représentant l'évolution de ces indices depuis 1987, et projetés jusqu'en 2032. Cette projection est effectuée dans le but de pouvoir indexer les sinistres survenus récemment sur des dates futures.

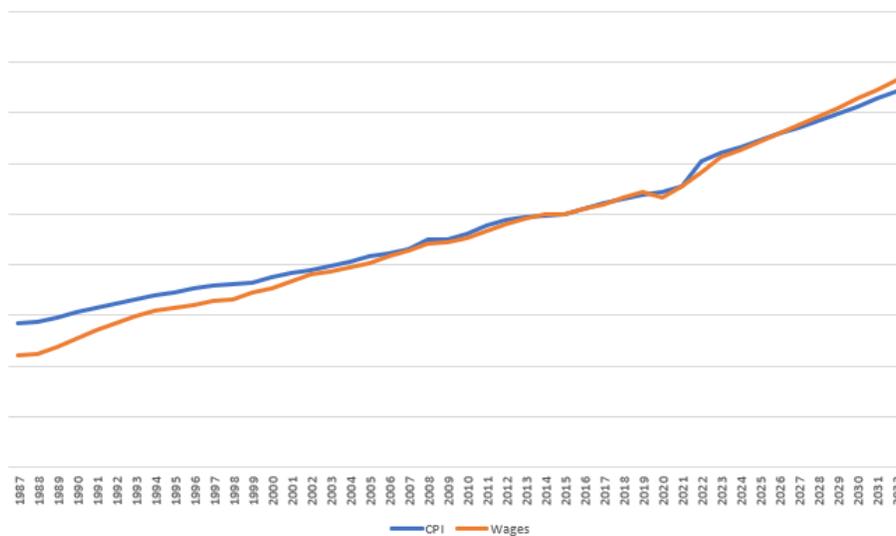


FIGURE 23 – Evolution des indices à la consommation et des salaires de 1987 à 2032

Ces valeurs proviennent d'études menées par des analystes travaillant chez Swiss Re. Ils s'appuient sur des estimations faites par eux-mêmes et par le marché. Dans un souci de confidentialité, l'échelle verticale a été retirée, pour ne laisser que la tendance générale.

Cependant, ces indices ne sont pas utilisés tels quels. L'exposition et la sinistralité n'étant pas impactées de la même manière, deux approches distinctes ont été étudiées. En ce qui concerne l'exposition, c'est à dire les cotisations, l'indice employé est celui de l'indexation des salaires en Belgique. Cela se justifie par le fait que la prime réclamée par l'assureur à l'employeur qu'il couvre est calculée sur la base d'un pourcentage de sa masse salariale totale. Ainsi, on peut supposer que ces primes varient proportionnellement aux salaires.

Sur la sinistralité, l'indice utilisé est une combinaison des deux indices cités ci-dessus. Le premier reste celui des salaires en Belgique : l'indemnisation versée en cas de sinistres étant basée sur le salaire de l'employé, il est nécessaire de tenir compte de leur évolution. Le second est l'indice des prix à la consommation. Les indemnisations sont souvent fixées à la suite de décisions de justice, décisions qui tiennent compte du coût de la vie. Ce dernier ayant augmenté ces dernières années, les juges auront tendance à s'aligner et à demander des montants plus élevés. En effet, un employé en incapacité de travail ne pouvant plus exercer d'activité professionnelle (totalement ou partiellement) va devoir compter sur la pension ou le capital qui lui est versé. Il est donc primordial que ce dernier soit cohérent avec l'univers de prix dans lequel la victime évolue. La pondération finale adoptée est la suivante :

$$Exposure\ Index = 100\% \text{ Wages} \tag{55}$$

$$Loss\ Index = 80\% \text{ Wages} + 20\% \text{ CPI} \tag{56}$$

L'évolution finale de ces indices est regroupée dans le graphique ci-dessous.

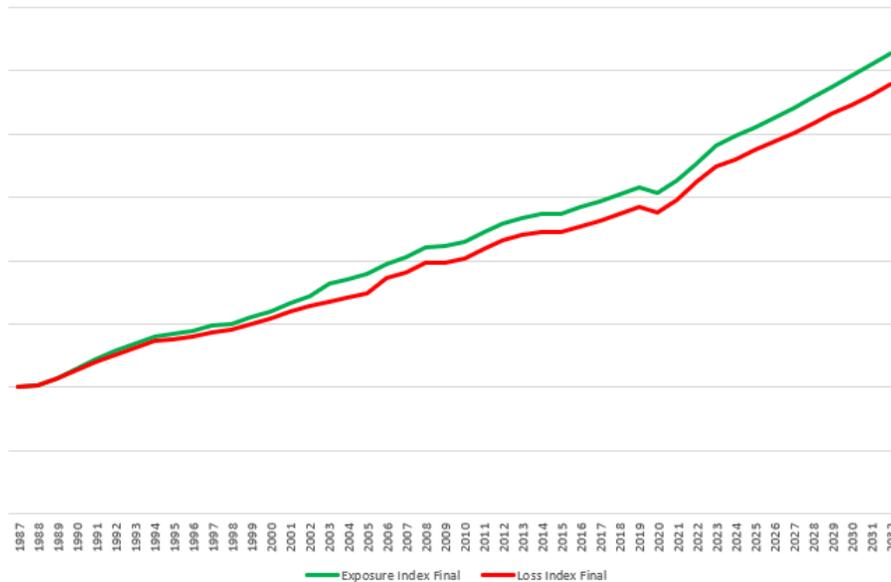


FIGURE 24 – Evolution des indices d'exposition et de sinistralité de 1987 à 2032

Toujours dans le même souci de confidentialité, l'axe vertical n'est pas précisé. Cependant, les informations intéressantes à relever sont bien présentes. La première remarque est la croissance constante au fil du temps des deux indices. Cette augmentation régulière corrobore l'inflation globale que connaît notre société depuis les années 80. Etant composés d'indices comme celui des prix à la consommation ou les salaires (eux-mêmes liés aux prix à la consommation), il est totalement logique d'observer cette croissance régulière.

Dans un second temps, on constate que l'indice d'exposition (en vert) se détache de celui de la sinistralité à partir de 1990, pour ensuite continuer de s'écartier jusqu'aux prévisions pour 2032, où la différence observable s'est creusée. Cela se comprend du fait que le premier n'est constitué que de l'indice des salaires. On constate sur la Figure 23 que ce dernier indice augmente plus fortement sur la période d'étude. L'indice de sinistralité étant composé à 20% de l'indice des prix à la consommation, on comprend bien qu'il croisse moins rapidement que celui de l'exposition.

Il est intéressant de noter l'impact de l'inflation sur la revalorisation des données. En Belgique, les salaires sont notamment indexés sur l'évolution des prix à la consommation : ils évoluent afin de s'adapter au coût de la vie. Cela a un impact direct sur la revalorisation des sinistres et des primes. Comme vu dans les formules 55 et 56, l'inflation, au travers des indices de salaire et CPI, influence largement la revalorisation finale. Ainsi, dans un contexte inflationniste fort comme celui que nous connaissons actuellement, les effets de l'indexation sont d'autant plus importants, et la partie développée ci-dessus prend tout son sens.

Nous nous servirons de ces deux indices afin de revaloriser les données des cédantes, au cours de l'analyse qui suit.

5.3.2 Présentation de l'étude

L'idée est de développer une courbe de marché "universelle" (commune à toutes les cédantes présentes sur le marché), afin de l'appliquer ensuite au cas par cas dans les tarifications individuelles de chaque cédante. Pour ce faire, nous allons donc nous intéresser à l'entièreté des données transmises par les clients de notre portefeuille. Un point abordé précédemment prend ici toute son importance : les seuils de déclaration de sinistres. Toutes les cédantes ne déclarent pas leur historique au même niveau. Ci-dessous le tableau reprenant ces seuils anonymisés :

Cédante	Seuil de déclaration
Cédante A	100 000€
Cédante B	250 000€
Cédante C	300 000€
Cédante D	350 000€
Cédante E	375 000€
Cédante F	675 000€
Cédante G	800 000€
Cédante H	1 000 000€
Cédante I	1 000 000€

Dès lors, on comprend que l'on ne peut utiliser les données de toutes les cédantes de la même manière. En effet, le fait qu'une cédante ne transmette aucun sinistre en deçà de son seuil de déclaration ne signifie pas que la compagnie n'en a pas enregistré. Ainsi, dans l'analyse fréquence/sévérité qui suit, on ne considère les informations d'une cédante qu'en excédent de sa "Reporting Threshold" (limite de déclaration). Par exemple, l'étude de la sinistralité inférieure à € 500k ne sera basée que sur les données des cédantes A, B, C, D et E. A partir de € 1m de sinistralité, toutes les cédantes interviennent dans l'étude.

Par la suite, nous avons fixé des tranches d'étude de la sinistralité marché. Les assureurs ne provisionnant pas de la même manière des sinistres de € 100k et de € 2m, il est nécessaire de segmenter notre approche. Une tranche ∞ xs 500 000 contient la partie excédant € 500k de tous les sinistres dépassant ce montant. La formule appliquée à chaque police sinistrée est la suivante :

$$Montant = \max (Sinistre - 500000; 0) \quad (57)$$

Les tranches ("layers" en anglais) que nous avons retenues dans le cadre de notre analyse marché sont les suivantes :

Tranche 1	∞ xs 500 000
Tranche 2	∞ xs 550 000
Tranche 3	∞ xs 600 000
Tranche 4	∞ xs 800 000
Tranche 5	∞ xs 1 000 000
Tranche 6	∞ xs 1 500 000
Tranche 7	∞ xs 2 000 000
Tranche 8	∞ xs 2 500 000
Tranche 9	∞ xs 3 000 000

Plus la tranche est basse, plus elle contient de sinistres, et donc plus elle est fidèle au marché. Les tranches les plus hautes, bien que faisant intervenir les informations de toutes les cédantes, ne concentrent qu'un nombre restreint de sinistres (on rappelle à toutes fins utiles que nous nous consacrons ici à la modélisation large/attributionnelle seulement). Intéressons nous tout d'abord à la modélisation des tranches basses et moyennes.

L'objectif ici est d'apporter à chaque tranche étudiée un niveau final de sinistralité, développée à l'ultime à l'aide des paiements et provisionnements historiques des cédantes. Pour cela, nous avons analysé l'évolution des montants totaux de sinistralité dans chacune des tranches. Concrètement, cela consiste à prendre les sinistres du portefeuille un à un, à leur appliquer la formule vue ci-dessus (adaptée en fonction de la tranche étudiée), et à sommer les montants obtenus par année de survenance. On obtient alors un triangle de développement pour chaque tranche. La période d'étude de la sinistralité conservée s'étend de 2004 à 2020. La borne inférieure de cet intervalle se justifie par le fait qu'un sinistre très important dans le domaine de l'accident du travail en Belgique est survenu en 2004 : il s'agit de Ghislenghien, tragique explosion ayant fait 24 morts et 132 blessés (présentée plus haut). S'agissant de l'unique sinistre CAT du marché, il est primordial de conserver cette année dans notre analyse. Concernant la borne supérieure de cette fenêtre, les données reçues de la part des cédantes sont exprimées à la date du 30/06/2021. L'année 2021 n'étant pas complètement transmise, dans un souci de non troncature de l'information, on prend en compte la dernière année civile complète : dans notre cas il s'agit donc de 2020.

L'idée a été alors de nous intéresser au Burning Cost de notre portefeuille. Il s'agit du montant de la sinistralité des assureurs (en excédent de la tranche dans laquelle on se situe) rapportée aux primes perçues par ces derniers. Le Burning Cost est un bon indicateur du niveau de sinistralité dans le sens où il permet de comparer les tranches entre elles : en effet, une limite du fait que tous les assureurs n'ont pas le même seuil de déclaration est le fait qu'il est impossible de comparer la sinistralité absolue des tranches étudiées. Si trois assureurs appartiennent à la tranche ∞ xs 500 000 et cinq à la tranche ∞ xs 800 000, on ne peut comparer la sinistralité de ces deux tranches telles quelles, puisque la deuxième est impactée par deux assureurs de plus que la première. Il est alors intéressant de diviser cette sinistralité par les cotisations perçues par les cédantes. En faisant cela, on rend comparables les tranches entre elles. En effet, plus une tranche compte d'assureurs, plus elle compte de sinistres potentiels, mais aussi de primes. Le Burning Cost permet également de normaliser la taille des cédantes : plus un assureur est important sur le marché, plus il va avoir de sinistralité à régler (en comparaison à un acteur plus local). Mais ses cotisations seront d'autant plus élevées : le Burning Cost effectuant le ratio entre les deux, on obtient un indicateur reflétant le niveau de sinistralité réel de chaque assureur, comparativement les uns aux autres.

En établissant un Burning Cost (BC) final pour chaque tranche étudiée, on définit par là-même un niveau de sinistralité relatif rendant compte de la manière de provisionner du marché. Afin d'arriver à cette valeur finale, on va devoir segmenter l'étude en trois étapes : la première sera l'analyse du Burning Cost Untrended, c'est à dire sans indexation, les sinistres et les coti-

sations sont pris tels quels. La deuxième partie consistera à appliquer les indices calculés dans la partie 5.3.1 et à observer leur impact sur la sinistralité. Enfin la dernière étape correspondra à la projection à l'ultime des sinistres, à l'aide des facteurs de développement calculés à partir de l'historique des cédantes. Cette dernière étape permettra d'obtenir la vision finale du rapport sinistres à primes pour chaque année de survenance. Maintenant que cette première introduction au format des données a été faite, concentrons nous sur leur analyse.

5.4 Etude et retraitement des données

5.4.1 Etude des primes

Les primes constituent un élément essentiel du fonctionnement de l'assurance comme de la réassurance. Il s'agit du montant préétabli que le porteur de risque accepte en échange de la potentielle sinistralité future. Les cédantes prises en considération dans cette étude transmettent annuellement les cotisations qu'elles perçoivent, agglomérées sur la totalité de leur portefeuille (en fonction des lignes d'activité ou *lines of business*). Leur étude est pertinente dans la mesure où elle permet de se faire un avis sur l'évolution des cédantes, leur santé financière et la croissance (ou décroissance) de leur portefeuille assuré.

Les données transmises sont non traitées, c'est à dire qu'elles sont exprimées en euros de l'époque. Avant de les analyser plus en détail, il faut donc leur appliquer l'indice d'exposition détaillé plus haut (vu en 55). La représentation des primes perçues pour trois tranches d'observation, de 2004 à 2021, se trouve ci-dessous :

Assiettes de primes perçues par les cédantes pour 3 tranches

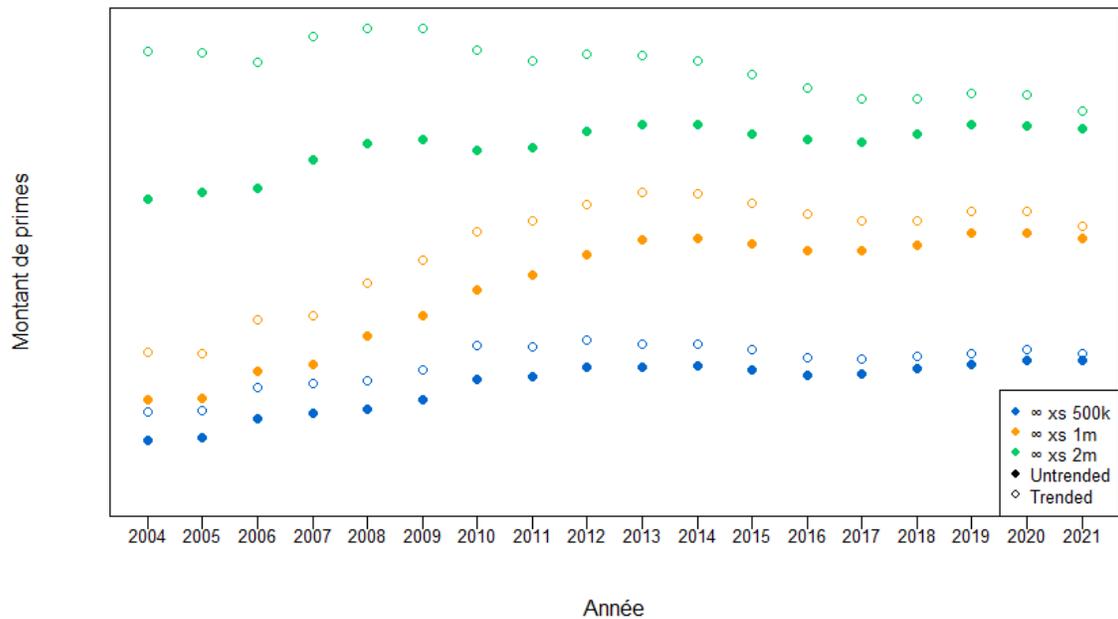


FIGURE 25 – Evolution des primes perçues pour trois tranches d’observation

La comparaison entre données non traitées (points remplis) et traitées (points vides) étant intéressante, elle figure sur le graphique. La première chose à noter est le ”réhaussement” de la courbe de primes en fonction de la tranche d’observation. Cela s’explique par le fait que plus la tranche attache haut, plus le nombre de cédantes prises en compte augmente. Il est donc logique d’observer que les cotisations perçues au titre de la tranche en excédent de € 2m sont plus importantes que celles perçues au titre de la tranche attachant à € 1m, et bien sûr, à € 500k.

Dans un second temps, en comparant données traitées et non traitées, on remarque que l’utilisation de l’indice de revalorisation fait augmenter le montant des cotisations perçues. Cela se comprend dans la mesure où cet indice reflète l’effet de l’inflation progressive au cours des années, inflation qui a tendance à faire augmenter les prix (et de manière générale le coût de la vie). En euros actuel, les primes perçues il y a 15 ans sont donc plus élevées.

Ensuite, on observe que quelque soit la tranche étudiée, l’écart entre cotisations traitée et non traitée augmente avec l’éloignement de l’année à 2021. Cela se voit d’autant plus sur la tranche en excédent de € 2m, les montants de prime auxquels sont appliqués les indices étant d’autant plus élevés. Cela est justifié par le fait que plus on s’éloigne de l’année actuelle, plus l’inflation a eu le temps d’impacter la valeur de l’euro de l’époque. Ainsi, on observe pour l’année 2004 un écart bien plus important que pour les années proches de 2022, et ce, toute tranche confondues. Il est bon de rappeler ici que les indices de revalorisation employés ne diffèrent pas en fonction de la tranche : ils sont identiques quelles qu’elles soient.

Outre les primes perçues, les cédantes sont soumises à un autre type de flux : les sinistres. Leur étude est présentée ci-après.

5.4.2 Etude de la sinistralité

De la même manière que pour les cotisations, les cédantes étudiées rendent compte annuellement de leur sinistralité. Les traités de réassurance étant renouvelés de manière annuelle, il est primordial pour le réassureur de disposer des nouveaux dossier ayant été ouverts pour tarifier correctement la structure demandée par les assureurs. Ceux-ci transmettent des données de deux types :

- l'évolution des sinistres passés, déjà transmis lors des renouvellements précédents (pas ou peu de nouveaux sinistres reportés),
- les sinistres survenus durant l'année en cours.

Le premier type, les "anciens" sinistres, sont requis car la branche accident du travail est une branche longue, c'est à dire que les sinistres survenus il y a plusieurs années peuvent évoluer dans le temps. Les montants accordés aux victimes dépendant de décisions de justice, il arrive que certains cas s'améliorent ou se dégradent financièrement (la dégradation étant plus fréquente). Dès lors, si un sinistre s'aggrave de plusieurs millions d'une année à l'autre, le réassureur doit être mis au courant : cela va modifier son impact au sein des tranches d'observation, et par là même, la sinistralité globale du portefeuille. Les facteurs de développement (cf [4.2](#)) sont modifiés, et la modélisation finale avec. On comprend donc la nécessité pour le réassureur d'être informé des changements des sinistres survenus dans le passé.

Le second type concerne les sinistres nouvellement survenus au cours de l'année. Ces derniers n'en sont qu'à leur premier développement, et ils permettent au réassureur de constater si l'année qui vient de s'écouler a été particulièrement mauvaise pour la cédante, auquel cas il est probable que les prix demandés pour la couverture de réassurance augmentent, ou si elle s'est située dans la normale, voire a été plutôt clémente (auquel cas la cédante pourra utiliser cet argument au cours des négociations).

De même que pour les primes, on a décidé de représenter la sinistralité de trois tranches d'études (les mêmes que précédemment, c'est à dire en excédent de € 500k, € 1m et €2m). Ci-dessous la figure retraçant l'historique non traité (indices de revalorisation non appliqués encore) :

Montants de sinistralité non traitée à la charge des cédantes pour 3 tranches

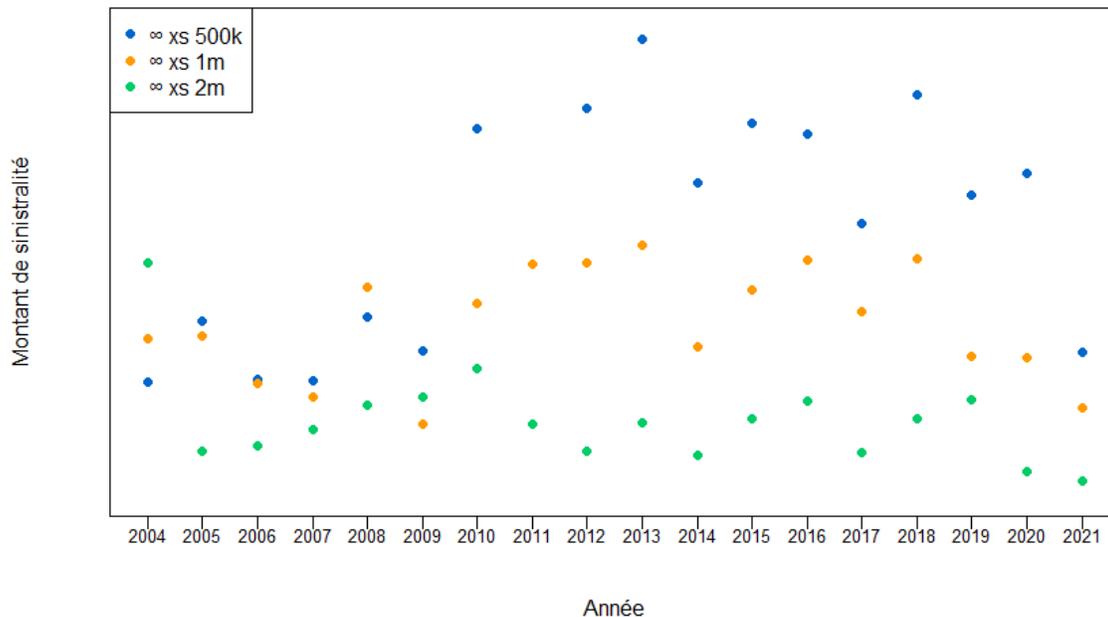


FIGURE 26 – Evolution de la sinistralité non traitée pour trois tranches d’observation

Cette première vision permet déjà de tirer certaines conclusions sur les données. Commençons par analyser le chevauchement des tranches : à partir de 2010, la tranche la plus basse, attachant à € 500k, est systématiquement plus sinistrée que celle attachant à € 1m, elle-même plus sinistrée que la tranche en excédent de € 2m. Auparavant, de 2004 à 2009, les données sont plus volatiles : en 2004, la tranche la plus touchée a été la xs € 2m, puis cela s’inverse en 2005, etc...

Il est à noter que la tranche la plus élevée (en excédent de € 2m) comprend toutes les cédantes de l’étude, à la différence de celle attachant à € 500k, qui n’en comprend qu’une partie. Cela explique l’ordre des points de 2004 : à cédantes égales, l’ordre :

- ∞ xs 500k
- ∞ xs 1m
- ∞ xs 2m

devrait toujours être respecté. En effet, un sinistre touchant la tranche en excédent de € 2m toucherait forcément la tranche en excédent de € 500k, et ce, avec un impact d’autant plus fort : sa contribution serait d’ € 1.5m ($1.5m = 2m - 500k$) plus élevée que dans la tranche la plus haute. Ainsi, toujours à cédantes égales, la tranche la plus basse devrait systématiquement être plus sinistrée que la plus haute.

Cependant, la tranche en excédent de € 500k ne comprend que les cédantes dont le seuil de déclaration lui est inférieur, tandis que celle attachant à € 2m les comprend toutes. Ainsi, le point de 2004 montrant une sinistralité plus forte pour la tranche la plus élevée signifie que ce sont les cédantes ayant des seuils de déclaration supérieurs à € 500k qui ont reporté la plupart des sinistres ”importants” (ceux ayant touché la tranche à € 2m).

Des commentaires similaires peuvent être faits pour justifier la sinistralité des années suivantes. Sur le même raisonnement, à partir de 2010, on constate l’inverse : la plupart des sinistres impor-

tants sont reportés dès la tranche en excédent de € 500k, et donc par les cédantes y contribuant, puisque la courbe bleue surpasse systématiquement les autres.

L'étape suivante est la revalorisation de la sinistralité. On applique à chaque sinistre l'indice calculé en 56 selon la formule 54. Il est primordial d'effectuer ce recalcul sur le sinistre entier, et non pas sur la sinistralité non traitée de chaque tranche. En effet, la partie de chaque sinistre demeurant à charge de la rétention, est aussi impactée par l'inflation. Ci-dessous l'expression mathématique de cette remarque, pour la tranche la plus basse :

$$\max(\text{Sinistre} - 500000; 0) \times I_i \neq \max(\text{Sinistre} \times I_i - 500000; 0) \quad (58)$$

où I_i est l'indice de revalorisation de l'année de survenance i du sinistre considéré.

La non linéarité du maximum requiert d'appliquer la revalorisation au sinistre entier, non pas seulement sur la partie dépassant la rétention. En faisant cela, d'anciens sinistres initialement inférieurs à la rétention d'une tranche finissent par la dépasser, post-revalorisation. Ainsi, le nombre de sinistres pris en compte dans l'étude indiquée (comprendre à laquelle la revalorisation a été appliquée) est plus important que celui considéré dans l'étude des données brutes. La figure ci-dessous montre l'importance de cette nuance :

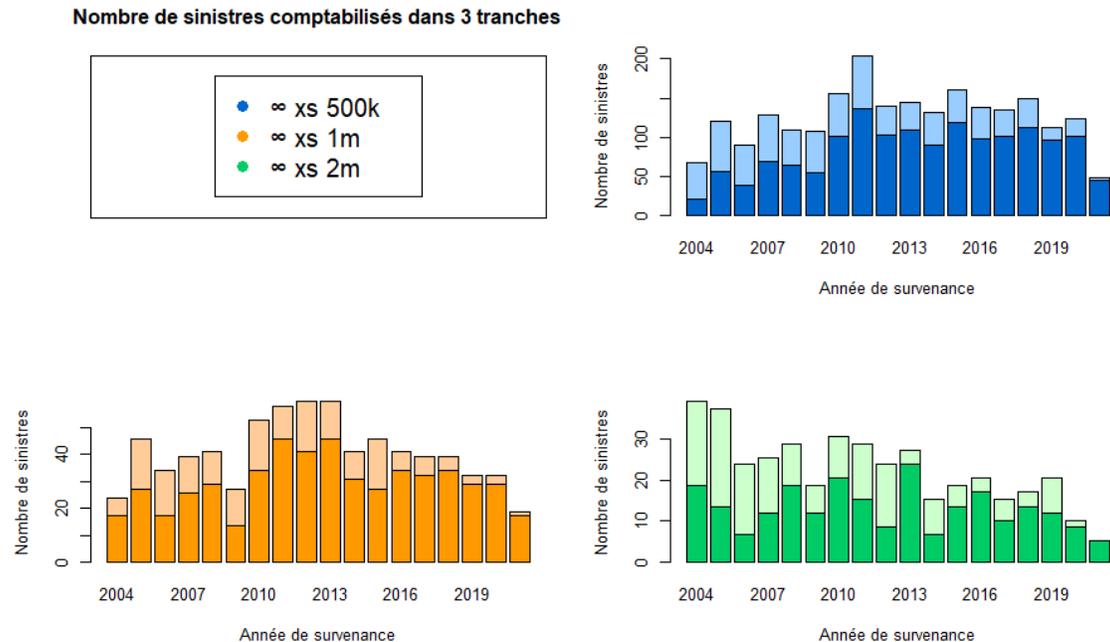


FIGURE 27 – Nombre de sinistres comptabilisés dans 3 tranches, avant et après revalorisation

Les valeurs de cette figure ont été modifiées afin de conserver leur anonymat. Comme indiqué dans la légende, le premier graphique concerne la tranche la plus basse, le deuxième celle du milieu, et le dernier la plus haute. Pour chacun d'eux :

- la couleur foncée correspond au nombre de sinistres non revalorisés pris en compte dans le calcul de la sinistralité à charge de la tranche,

- la couleur claire complète la précédente, en rajoutant les sinistres supplémentaires pris en compte suite à la revalorisation.

Les constats que l'on peut faire sur ces résultats sont les suivants :

- plus une année est éloignée, plus son facteur de revalorisation est élevée, et plus les sinistres vont voir leur montant augmenter suite à l'indexation. Autrement dit, plus une année est éloignée, plus l'effet de la revalorisation va augmenter le nombre de sinistres comptabilisés dans chaque tranche. C'est bien ce qui est observé : pour les années "lointaines", l'écart entre les nombres de sinistres non indexés et indexés pris en compte est marqué (visuellement, la partie claire des barres est parfois plus importante que la partie foncée),
- *a contrario*, plus on se rapproche de 2022, plus l'effet de la revalorisation sur la sinistralité est faible, et moins l'écart revalorisé/non revalorisé se fait ressentir. Cela se traduit visuellement par le fait que les barres proches de 2022 sont quasi entièrement composées de couleur foncée.

Une autre information pertinente est la répartition des années au sein des tranches. Pour visualiser cela, ci-dessous se trouvent les distributions des fréquences de sinistres revalorisés, pour chacune des trois tranches, sous forme de boxplot.

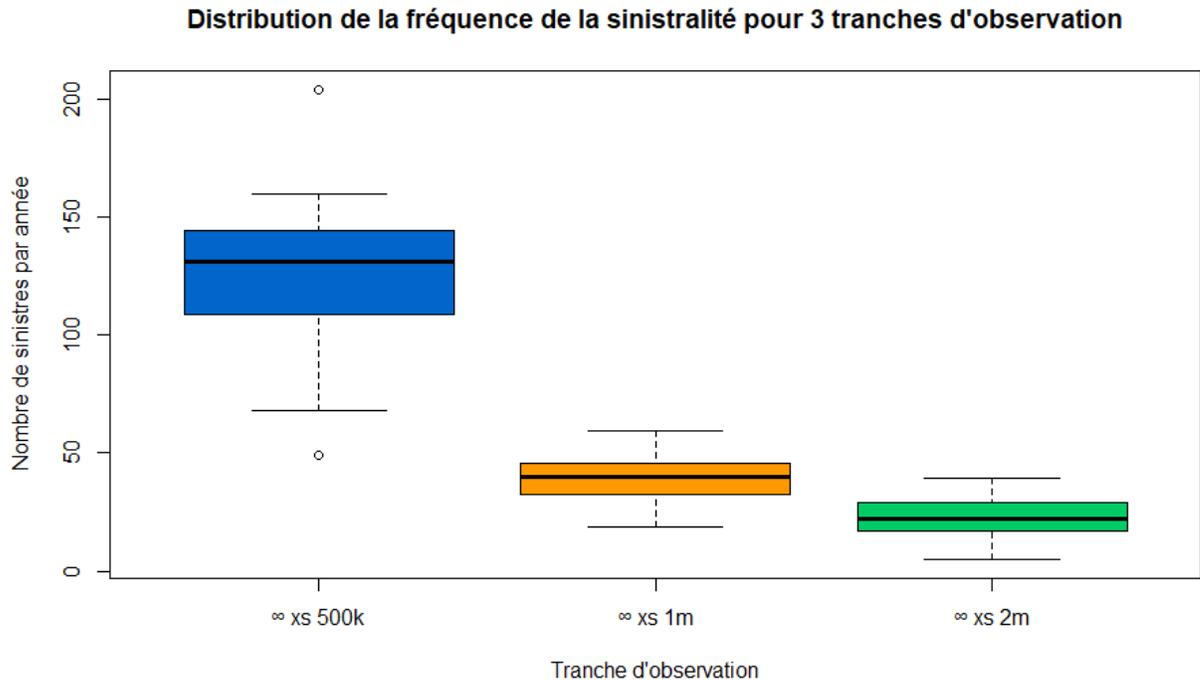


FIGURE 28 – Distribution de la fréquence de la sinistralité revalorisée

Ce graphique met en évidence la dispersion des années de survenance :

- la tranche ayant la plus grande dispersion est la plus basse (∞ xs 500k), ce qui se comprend du fait du plus grand nombre de sinistres la composant. Les minimum et maximum

sont relativement éloignés de la médiane, ainsi que des premier et troisième quartiles. Ils n'appartiennent même pas à la boîte en elle-même. Le maximum correspond à l'année 2011, particulièrement sinistrée, tandis que le minimum est l'année 2021, non transmise dans son intégralité (les données ont été récupérées en cours d'année).

- les deux autres tranches sont comparativement plus "resserrées" : leur fréquence de sinistralité est moins volatile. Ce constat est conforté par la présence de leurs maximums et minimums à l'intérieur des boîtes, à la différence de la première tranche.

Il peut être intéressant de comparer les tranches entre elles : pour le moment, seule la sinistralité au sein d'une même tranche a été étudiée. La figure ci-dessous met en avant le nombre de sinistres touchant chacune des trois tranches d'observation par année de survenance. Afin de comparer ce qui est comparable, les données employées pour construire ce graphique se sont vues appliquer l'indice de sinistralité auparavant. De même que précédemment, les valeurs ont été modifiées par un facteur choisi de manière arbitraire.

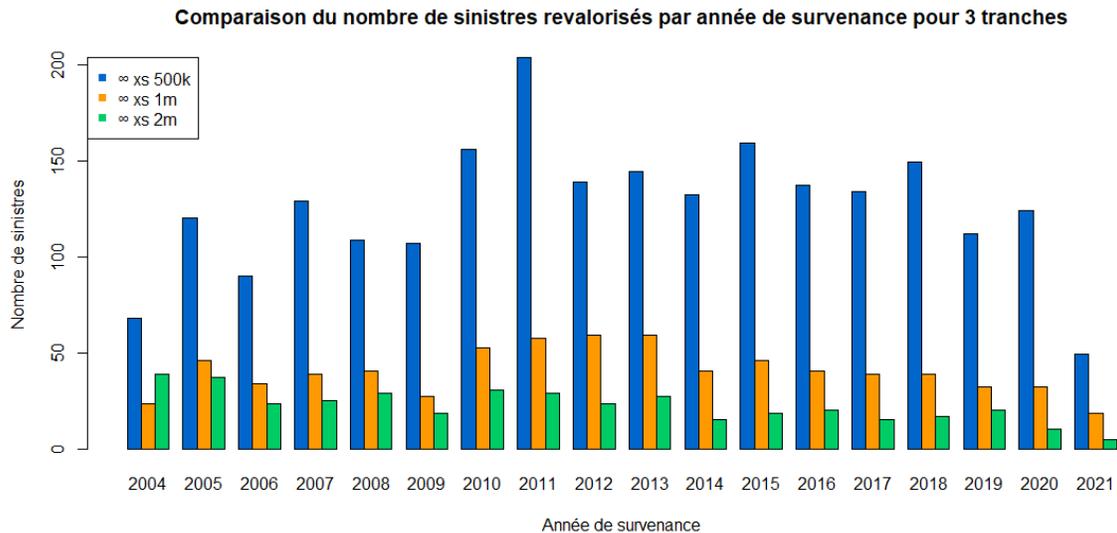


FIGURE 29 – Comparaison des nombres de sinistres comptabilisés dans 3 tranches

Ce graphique donne plusieurs informations. La première est que pour toutes les années de survenance (sauf 2004), la tranche en excédent de € 500k a subi une sinistralité plus fréquentes que celle attachant à € 1m, qui elle même a été davantage touchée que la tranche la plus haute. Cela se comprend dans le sens où un sinistre qui touche la tranche la plus élevée, touche nécessairement toutes les tranches inférieures, la réciproque étant fausse. Le cas particulier de l'année 2004 s'explique par le fait déjà abordé que toutes les cédantes n'interviennent pas dans toutes les tranches. Ainsi, la plus fréquente sinistralité en excédent de € 2m qu'en excédent de € 1m signifie qu'en 2004, ce sont les cédantes ayant les seuils de déclaration les plus élevés qui ont reporté le plus de sinistres graves (qui atteignent la rétention de € 2m). N'étant pas comptabilisées dans les tranches plus basses, ces cédantes n'ont donc pas contribué à l'effectif de la sinistralité ayant touché ces dernières.

On peut ensuite commenter l'allure générale des barres. La tranche en excédent de € 500k est la plus volatile, car elle est aussi la "première" à être franchie, et compte plus de sinistres

dans son périmètre. Certaines années sont bien plus touchées que d'autres, comme 2011, particulièrement sinistrée. La tranche intermédiaire, attachant à € 1m, conserve les mêmes variations que la première (fortes années identiques, baisses aux mêmes moments), mais de manière plus lissée. Il est intéressant de noter que la période s'étalant de 2010 à 2015 a été marquée par une fréquence plus importante de sinistres pour ces deux tranches. Finalement, la dernière tranche, attachant à € 2m, ne suit pas vraiment la même tendance que les deux précédentes. Cela se voit également sur la figure 28. Là où les deux premières tranches subissent une hausse globale de la fréquence de la sinistralité entre 2004 et 2020, avec des pics sur la période 2010-2015, cette dernière tranche observe plutôt une décroissance progressive. Sur le périmètre du portefeuille étudié, il semblerait donc que la sinistralité grave prenne de moins en moins de place par rapport à la sinistralité plus "commune", au fil du temps. L'année 2021 n'est pas à considérer en tant que telle, les données des cédantes ayant été transmises en cours d'année. Ceci explique sa faible fréquence de sinistralité toutes tranches confondues, en comparaison aux autres années.

Enfin, ce graphique montre une forte fréquence de sinistralité *attritionnelle*. Cela se constate par l'écart entre les barres bleues, comptabilisant les sinistres dépassant € 500k, et les barres oranges, comptabilisant les sinistres dépassant € 1m. Cet écart est bien sûr encore plus prononcé pour les sinistres dépassant € 2m. Il met en avant les sinistres plus élevés que le seuil de € 500k, mais qui demeurent en deçà de la rétention suivante de € 1m. Sur des années particulièrement impactée comme 2011 ou 2015, ces différences sont d'autant plus marquées. Cela signifie que la base de données employée est bien pertinente pour la modélisation de sinistralité attritionnelle, voire moyenne. En revanche, pour les sinistres graves, aussi appelés sinistres CAT, l'information disponible ne serait pas suffisante : la tranche en excédent de € 2m n'est pas assez représentée sur l'échantillon d'années, et une modélisation sur base de ces données s'avérerait hasardeuse. Ce graphique permet donc de valider l'approche faite dans ce mémoire.

La figure suivante représente les montants de sinistralité revalorisée à charge de chaque tranche. Comme exposé ci-dessus, cette étape d'indexation augmente la valeur des indemnisations, et par conséquent modifie l'impact des sinistres.

Montants de sinistralité traitée à la charge des cédantes pour 3 tranches

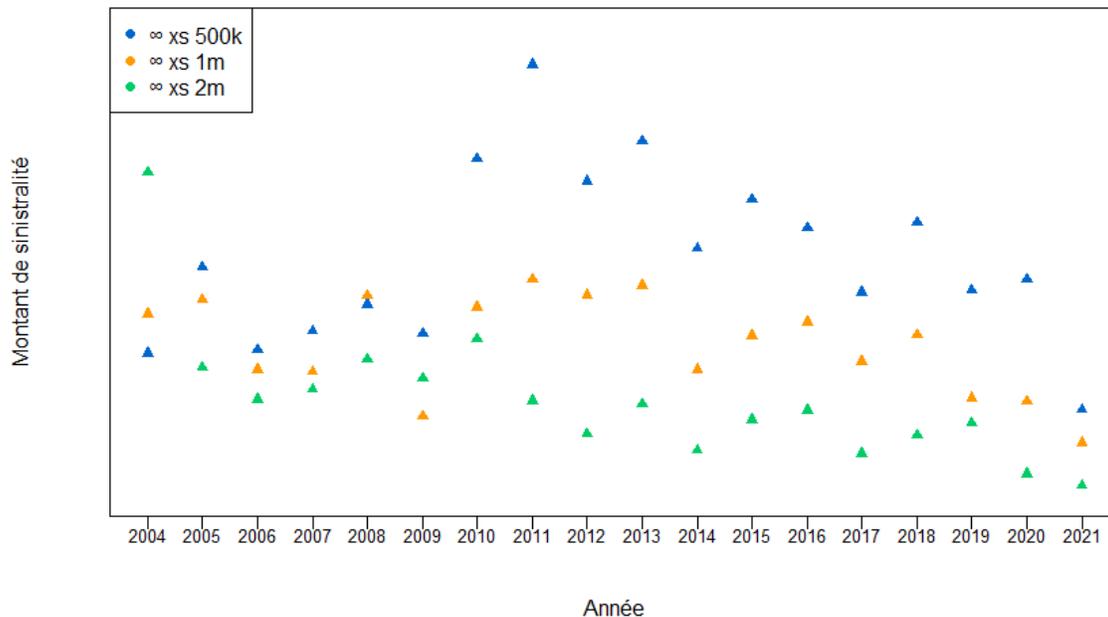


FIGURE 30 – Evolution de la sinistralité traitée pour trois tranches d’observation

Ce graphique est à mettre en relief avec la figure 26. La différence entre les deux est la revalorisation de la sinistralité. Ici, les années sont bien comparables entre elles. L’allure générale ressemble beaucoup au premier graphique, les changements principaux étant certains écarts entre les tranches. Pour une même année de survenance, par exemple en 2006, la différence entre les tranches en excédent de € 500k et € 1m est plus marquée sur la sinistralité revalorisée. Cela peut s’expliquer par l’existence de sinistre bruts (non revalorisés) proches du seuil de € 500k. En vision *untrended*, ils n’interviennent donc dans aucune des deux tranches. Après revalorisation, ils dépassent la rétention de € 500k, mais pas celle de € 1m, et viennent ainsi alimenter la première tranche sans toucher la seconde. L’écart de sinistralité se creuse alors davantage en vision *trended*.

L’étude des primes et de la sinistralité permet de mieux comprendre le profil du portefeuille considéré, et de cerner dans quelles mesures ce dernier est adapté à la modélisation souhaitée. Après la revalorisation des données, la dernière étape est la projection à l’ultime, dont les bases ont été revues en 4.2. La partie suivante y est consacrée.

5.4.3 Projection à l’ultime

C’est ici que les méthodes de provisionnement détaillées dans la partie 4.2 prennent tout leur sens. Après avoir exprimé les primes et sinistres en euros actuel, il reste à projeter les indemnités jusqu’à leur ultime valeur. Comme vu précédemment, du fait de facteurs exogènes (dégradation de l’état de santé de la victime, changement dans les décisions de justice), un sinistre peut évoluer au cours du temps. Le montant déclaré l’année de sa survenance n’est pas

fixe, et l'objet de cette partie est de déterminer la valeur ultime (totalement développée) de la sinistralité.

Pour ce faire, deux approches ont été étudiées. Disposant des triangles de règlements des cédantes, avec pour chaque année de survenance, le développement de la sinistralité au sein des tranches d'études, nous avons pu déterminer les facteurs de développement de Chain Ladder vus en 4.2.1 et de Cape Cod, vus en 4.2.2. C'est ici que la segmentation en plusieurs tranches prend tout son sens : cela va permettre de décomposer le provisionnement des cédantes. Ces dernières ne provisionnent pas de la même manière les sinistres graves (tranches attachant au-dessus de € 1m) et les sinistres plus "communs". Le calcul de facteurs de développement propres à chaque tranche est donc primordial, et va permettre d'atteindre le plus précisément possible la sinistralité ultime de chacune d'entre elles. Les figure ci-dessous représentent les facteurs de développement utilisés au cours de ce mémoire. L'échelle a été supprimée afin d'anonymiser les données, toutefois les informations intéressantes (comparaison des tranches et des méthodes) demeurent bien lisibles. D'autre part, les développements au delà de 12 ans on été forcés à 1 : on estime qu'à partir de cette durée de vie, le sinistre s'est complètement développé et n'évoluera plus.

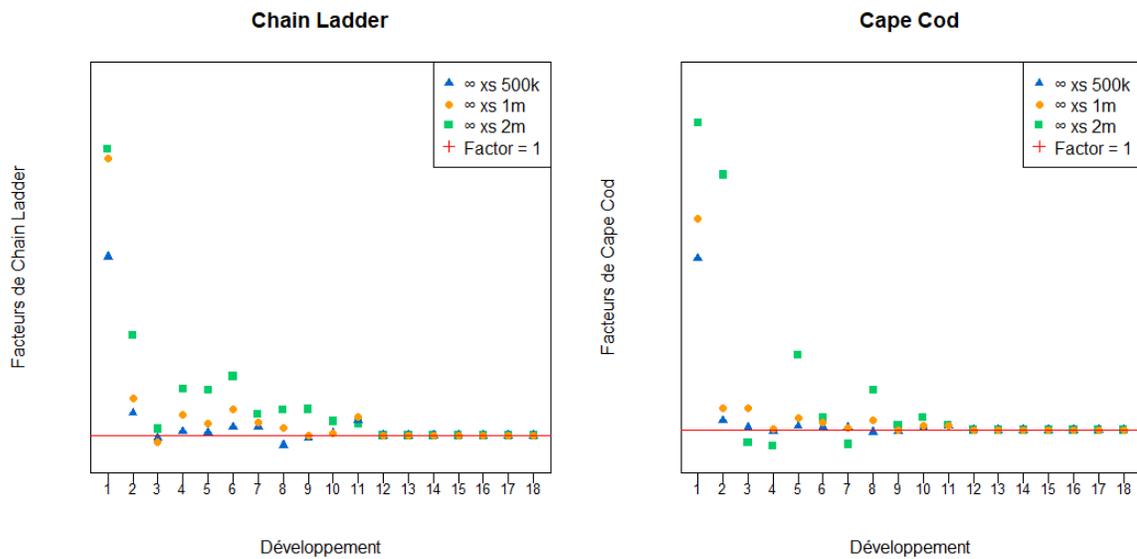


FIGURE 31 – Facteurs de développement de trois tranches d'observation

La comparaison de ces deux graphiques montre plusieurs choses :

Tout d'abord, sur l'allure générale des courbes, on constate que le premier développement est celui où on enregistre le plus fort changement, toutes tranches et méthodes confondues. Les suivants sont aussi relativement élevés, mais en moins grande proportions (sauf pour la tranche en excédent de € 2m en méthode Cape Cod, qui demeure élevé). Après ces premiers développements, les facteurs suivent une décroissance progressive, passant parfois en deçà de 1, mais restant la plupart du temps au-dessus. Un facteur inférieur à 1 signifie une amélioration (baisse) de la sinistralité d'un développement à un autre. Cela reste relativement rare, comme ces graphiques le montrent. Ainsi la sinistralité a tendance à se dégrader d'année en année, assez fortement lors des premiers développements, puis de moins en moins gravement plus on avance dans

la vie du sinistre. En fin de développement, on observe même une stabilisation de la sinistralité : quelle que soit la tranche et la méthode, les derniers facteurs sont égaux à 1. Sur cette période, les indemnisations n'évoluent plus, elles ont atteint leur ultime montant.

Ensuite, des différences de provisionnement sont bien observables entre tranches. Cela se manifeste par la non coïncidence des points d'un même développement. Par exemple, pour la méthode Chain Ladder, les facteurs de développement de la tranche en excédent de € 500k sont quasiment toujours inférieurs à ceux de la tranche en excédent de € 1m, eux-mêmes inférieurs à ceux de la dernière tranche. Ces écarts sont significatifs, particulièrement au cours des premiers développements, et justifient donc bien l'emploi de tranches d'étude, afin de segmenter le provisionnement fait par les cédantes. Si toutefois on observe des écarts entre tranches, ils semblent respecter un certain ordre, au moins dans le cas de la méthode de Chain Ladder. En effet, la tranche la plus élevée (rétention à € 2m), provisionne toujours davantage que les deux autres, l'intermédiaire (rétention à € 1m) se trouve "au milieu", et la plus basse (rétention à € 500k) est celle qui provisionne le moins. Seuls deux développements (les troisième et onzième) contreviennent à ce résultat, cependant les facteurs étant tellement proches, on peut considérer que cette contradiction n'est pas particulièrement significative.

Dans le cas de la méthode de Cape Cod, cet ordre est moins respecté. Les différences de provisionnement entre tranches est toujours mis en évidence, toutefois la tranche en excédent de € 2m possède des facteurs de développement tantôt supérieurs, tantôt inférieurs à ceux des deux autres tranches. La tranche attachant à € 1m semble cependant davantage provisionner que celle dont la rétention est de € 500k. Cape Cod n'étant utilisée que pour les développements tardifs, ces fluctuations n'auront que peu d'impact sur le modèle final.

Il peut maintenant être intéressant de comparer les deux méthodes entre elles : la tranche fixée est celle attachant à € 500k car elle est la plus travaillante.

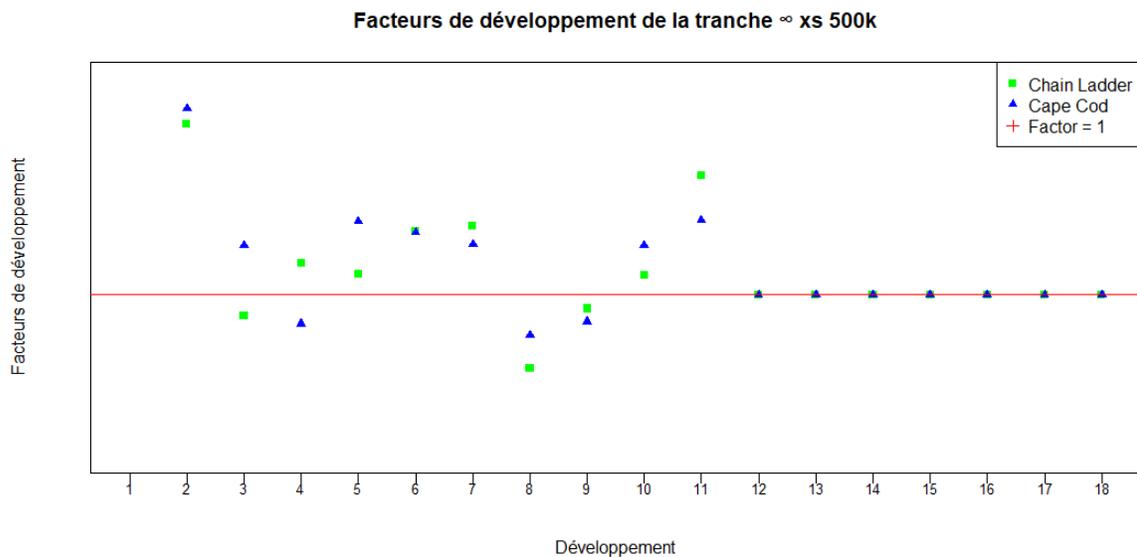


FIGURE 32 – Facteurs de développement de la tranche ∞ xs 500k

L'échelle de ce graphique a volontairement été modifiée afin de ne pas prendre en compte

les facteurs du premier développement. Plus élevés que les autres, ils auraient étiré la figure en hauteur et rendu moins lisibles les résultats. C'est pourquoi les données démarrent au deuxième développement. Cette figure montre la cohérence entre Chain Ladder et Cape Cod : les facteurs de développement, bien que différents, ne sont jamais radicalement différents. Ils sont toujours du même côté de la droite horizontale fixée à 1, ce qui signifie qu'ils augmentent ou diminuent la sinistralité simultanément. Seuls les développements 3 et 4 contredisent ce résultat, cependant ils demeurent proches de 1 et n'infirmes pas le précédent constat. Les facteurs ne respectent pas de relation d'ordre : sur 11 développements non forcés,

- Cape Cod est supérieur à Chain Ladder 6 fois,
- l'inverse se produit 4 fois,
- ils sont égaux une fois.

Aucune relation de supériorité/infériorité ne se dégage vraiment. En revanche, il est à noter que le premier facteur de développement de Cape Cod est largement supérieur à celui de Chain Ladder. Certaines différences entre ces deux techniques de provisionnement subsistent donc bien, et il est du ressort de l'actuaire d'en dégager le modèle le plus pertinent.

Le choix de combiner ces deux méthodes a été fait pour profiter des avantages et contrer les dérives de Chain Ladder. Cette dernière repose sur le nombre de données permettant de calculer les facteurs, comme montré dans la formule [11](#). Si pour les premiers développements, on préférera Chain Ladder à Cape Cod en raison du plus grand nombre de données dont elle fait usage, pour les derniers développements, peu d'information est disponible, et les facteurs de Chain Ladder ne sont fondés que sur quelques années de survenance. Ils deviennent alors moins fiables, et c'est là que le modèle accordera davantage de poids à Cape Cod.

Pour résumer, les années les plus récentes (i.e proches de 2021) ayant besoin d'être le plus développées, elles vont cumuler les approximations faites par Chain Ladder, et notamment celles en bout de chaîne de projection, qui sont les plus lourdes. Pour ces années, on accordera davantage de crédibilité à Cape Cod. Pour les années les plus anciennes (i.e proches de 2004) on accordera davantage de crédibilité à Chain Ladder, car elles ne sont que peu développées et ne sont donc pas beaucoup impactées par les approximations de Chain Ladder.

Nous allons maintenant raisonner en pourcentage de développement. Ces derniers peuvent s'obtenir à l'aide des facteurs précédemment calculés par la formule suivante (reprise de [13](#)) :

$$C_{i,n} = C_{i,n-i} \prod_{j=n-i}^n f_j \quad (59)$$

$$\frac{C_{i,n-i}}{C_{i,n}} = \frac{1}{\prod_{j=n-i}^n f_j} = \eta_i \quad (60)$$

Ici, $C_{i,n-i}$ est le dernier montant connu de la sinistralité de l'année de survenance i , revalorisé suivant les indices précédemment calculés. $C_{i,n}$ étant le montant entièrement développé de cette même année de survenance, η_i est bien le pourcentage de développement. Dans le but de respecter le point évoqué dans le précédent paragraphe, le pourcentage de développement de l'année de survenance i utilisé pour projeter la dernière sinistralité connue $C_{i,n-i}$ est donné par la formule suivante :

$$\eta_i^{Final} = \eta_i^{CL} \times \eta_i^{CL} + (1 - \eta_i^{CL}) \times \eta_i^{CC} \quad (61)$$

Où η_i^{Final} , η_i^{CL} et η_i^{CC} font respectivement référence aux pourcentages de développement final (celui retenu pour la projection finale de la sinistralité), de Chain Ladder et de Cape Cod.

Ainsi, le souci de crédibilité Chain Ladder/Cape Cod précédemment évoquée est respecté :

- pour les années les plus anciennes, $\eta_i^{CL} = 1$, puisqu'elles sont déjà complètement développées. Ainsi : $\eta_i^{Final} = \eta_i^{CL}$, ce qui accorde l'entièreté du poids à Chain Ladder,
- pour les années intermédiaires, η_i^{CL} est inférieur à 1, mais toujours relativement élevé : les sinistres se développent encore, mais approchent de leur montant ultime. Dans ce cas, η_i^{Final} est une combinaison linéaire de η_i^{CL} et η_i^{CC} , accordant plus de poids à Chain Ladder qu'à Cape Cod (η_i^{CL} étant bien supérieur à 0.5),
- pour les années les plus récentes, elles sont encore loins d'être entièrement développées. Leur η_i^{CL} est donc bien inférieur à 1, et est à son niveau le plus faible comparativement aux deux situations précédentes. De cette manière, η_i^{Final} est toujours une combinaison linéaire de η_i^{CL} et η_i^{CC} , mais qui accorde une crédibilité d'autant plus restreinte à Chain Ladder que η_i^{CL} est faible. A l'inverse, c'est là que η_i^{CC} , dont le coefficient linéaire est $(1 - \eta_i^{CL})$, prend le plus d'importance au sein du pourcentage de développement final η_i^{Final} . Cela coïncide bien avec les attentes exprimées plus haut : les années plus récentes ayant besoin d'être projetées sur plus de développements, on souhaite éviter les approximations de Chain Ladder en privilégiant Cape Cod.

La figure ci-dessous représente l'évolution de ces facteurs de développement pour chacune des méthodes ainsi que ceux retenus. L'échelle a été supprimée, mais la valeur ajoutée de ce graphique étant la comparaison des courbes entre elles, cela n'a pas d'importance.

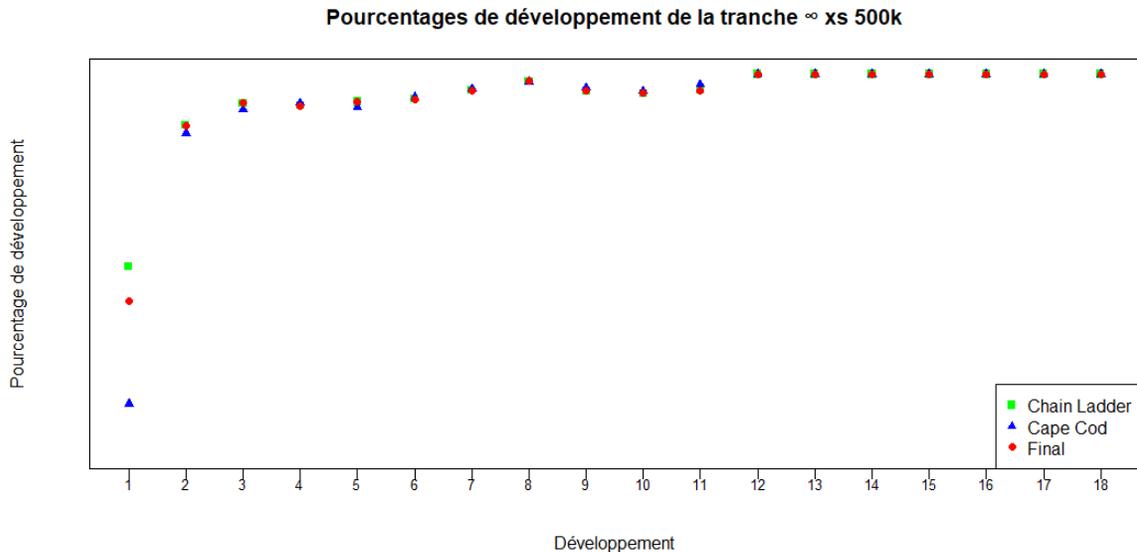


FIGURE 33 – Pourcentages de développement de la tranche ∞ xs 500k

Tout d'abord, on note qu'à partir de la douzième année de développement, les pourcentages sont tous égaux à 100%. Cela corrobore bien le forçage des facteurs à 1 effectué plus haut : à partir de 12 ans de vie, le sinistre a atteint son ultime et cesse d'évoluer.

Ensuite, il est intéressant de commenter la construction des pourcentages de développement finaux. Pour le premier développement, la sinistralité est encore amenée à s'aggraver significativement. Cela s'exprime visuellement par des pourcentages relativement faibles et significativement éloignés des autres, plus proches des 100% finaux. Toujours sur ce premier développement, on observe que la méthode de Chain Ladder donne un pourcentage bien plus élevé que celle de Cape Cod. Chain Ladder estime donc que le montant du sinistre, déclaré tel qu'il l'est l'année de sa survenance, est bien plus proche de sa valeur ultime que ce que Cape Cod l'estime. Cette dernière méthode a donc tendance à davantage aggraver la sinistralité au premier développement. Par prudence, et parce que Chain Ladder est moins fiable sur les projections longues (sur plusieurs développements), c'est donc pour ce premier développement que Cape Cod se voit accorder son poids le plus important. Bien sûr, les montants de sinistralité déclarés l'année de survenance restant tout de même cohérents et n'étant jamais diamétralement opposés à l'ultime, le premier pourcentage de développement de Chain Ladder demeure relativement élevé (supérieur à 50%) : c'est pour cela que le point final est plus proche de Chain Ladder que de Cape Cod. Cette tendance s'affirme au fil des développements, le coefficient en facteur de Chain Ladder étant le pourcentage de développement lui-même : plus on avance dans le temps, plus il se rapproche de 100%.

Finalement, pour chaque année de survenance, on applique le pourcentage de développement final η_i^{Final} au dernier montant de sinistralité revalorisée connu $C_{i,n-i}$, et on obtient l'ultime développement par la formule :

$$C_{i,n} = \frac{C_{i,n-i}}{\eta_i^{Final}} \quad (62)$$

Cela donne la sinistralité ultime suivante :

Montants de sinistralité projetée à l'ultime à la charge des cédantes pour 3 tranches

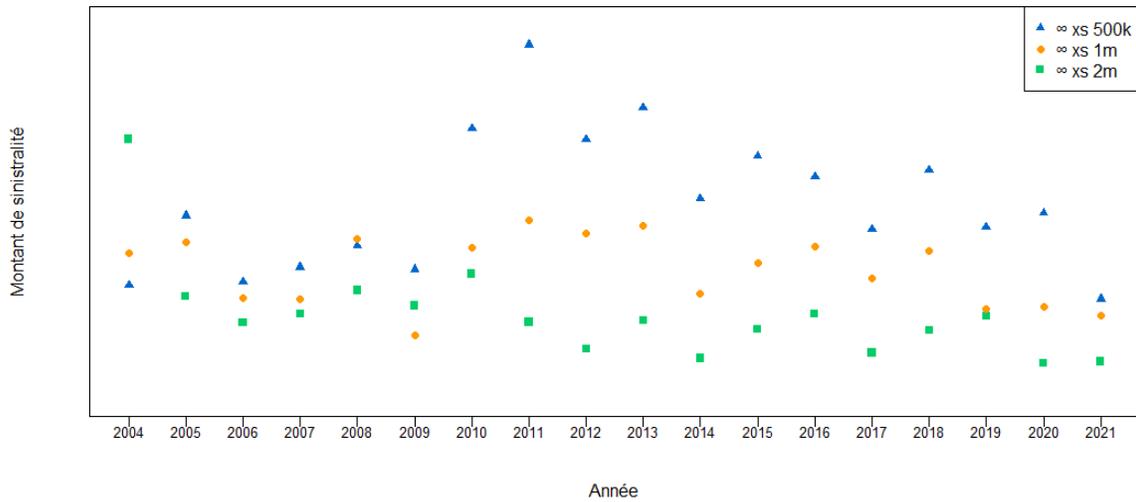


FIGURE 34 – Sinistralité ultime à la charge des cédantes pour 3 tranches d’observation

Cette figure reprend les mêmes variations déjà commentées plus haut (26) et (30). La projection à l’ultime ne modifie pas le profil de la sinistralité : la tranche la plus basse (en excédent de € 500k) reste la plus impactée, suivie de la tranche intermédiaire, suivie de la tranche la plus haute. On rappelle qu’à la différence des indices de revalorisation, les pourcentages de développement η_i^{Final} varient non seulement en fonction des années de survenance, mais aussi selon la tranche considérée. En ce sens, certains écarts inter tranches ont évolué entre la vision revalorisée et projetée : les sinistres survenus en 2019 étant largement projetés (comme il s’agit d’une année récente), on observe notamment un changement dans l’écart observé entre la tranche la plus haute et la tranche intermédiaire. En vision projetée, les deux ultimes sont quasiment égales, tandis qu’en vision revalorisée uniquement, la différence de sinistralité les séparant était plus importante (cf. figure 30). De tels constats confirment la cohérence de la projection à l’ultime effectuée : sans modifier en profondeur la sinistralité observée, ce qui serait aberrant, elle la prolonge progressivement jusqu’à son dernier développement.

Il peut être maintenant intéressant d’étudier les impacts successifs de la revalorisation puis de la projection sur une même tranche. Pour cela, nous allons nous baser sur la tranche la plus travaillante, c’est à dire la tranche attachant à € 500k.

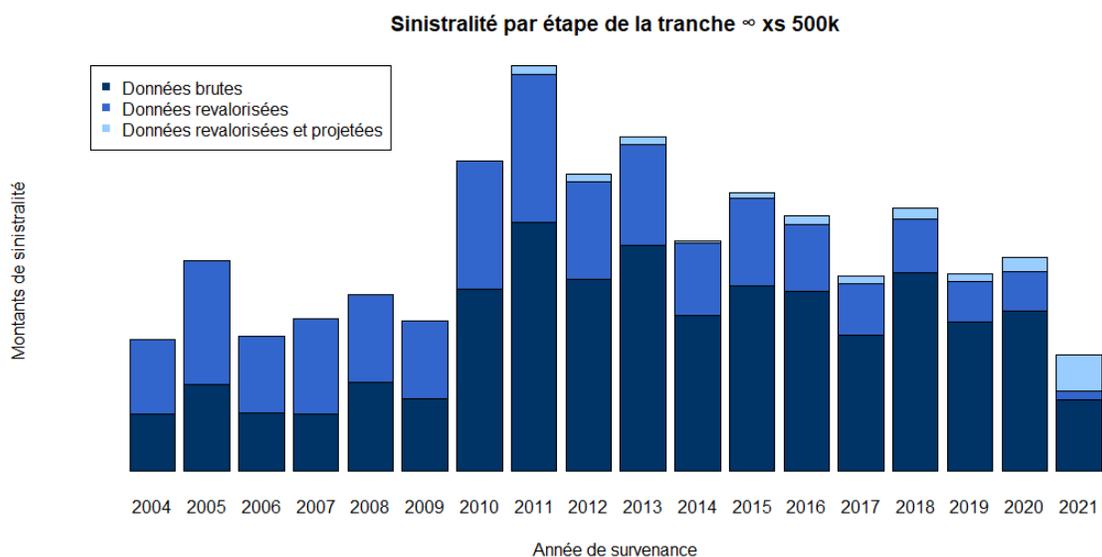


FIGURE 35 – Sinistralité par étape de la tranche ∞ xs 500k

Ce graphique est la conclusion de cette partie. Il détaille les effets des retraitements apportés aux données. Plusieurs résultats sont observables :

- les années les plus anciennes sont uniquement impactées par la revalorisation, et non par la projection à l'ultime. En effet, étant éloignées de 2022, elles subissent d'autant plus l'inflation, mais sont considérées comme totalement développées. C'est pour cela que sur la sinistralité de la période 2004-2010, il n'y a pas de différence entre les données revalorisées et revalorisées et projetées.
- les années suivantes combinent les deux impacts. Cela se voit dans le découpage en trois parties des barres, démarquant les effets de la revalorisation et de la projection. Sur cette période, il est pertinent de relever certaines tendances : tout d'abord, on observe que la revalorisation diminue avec le temps. Là où en 2011, cette partie occupe un espace conséquent, elle est bien plus réduite sur la sinistralité de 2020. Cela est cohérent avec les indices construits plus haut : plus on se rapproche de 2022, moins la revalorisation est importante. Ensuite, l'impact de la projection suit une évolution opposée : plus on se rapproche de 2022, plus la sinistralité est récente et plus son horizon de projection est élevé, augmentant par là même la partie supérieure des barres. Là où en 2011, la projection occupe un espace restreint, elle est bien plus importante en 2021.

Finalement, on observe que la revalorisation et le développement des sinistres agissent dans des sens opposés. Si l'application des indices est plus importante sur les premières années de l'étude, la projection impacte davantage les années les plus récentes. Il est à noter, comme on peut le voir sur la figure ci-dessus, que les effets de la revalorisation sont proportionnellement plus importants que ceux du développement à l'ultime. Toutefois, ce dernier n'en devient pas pour autant négligeable, et c'est sur cette base de sinistralité retraitée que se fonde la suite de cette étude.

5.4.4 Etude des Burning Costs

La dernière étape de retraitement des données est le calcul des Burning Costs. Comme évoqué en [5.3.2](#), il s'agit du meilleur indicateur pour refléter la sinistralité réelle du portefeuille. Les montants d'indemnisations n'ont de sens que s'ils sont rapportés aux cotisations perçues la même année. En effet, une période qui enregistre une sinistralité particulièrement importante n'est pas nécessairement une "mauvaise" année : si les assureurs ont signé davantage de contrats sur cette période et ont enregistré des primes proportionnellement plus élevées, il s'agit en réalité d'une année semblable aux autres. De par sa définition, le Burning Cost élimine ces erreurs d'interprétation :

$$BC_{P,L} = \frac{S_{P,L}}{e_{P,L}}$$

L'exposition du marché $e_{P,L}$ correspond à la prime globale des cédantes entrant en considération dans la tranche de rétention P . Il s'agit donc en quelques sortes d'un ratio S/P, à ceci près que la sinistralité comptabilisée n'est pas la sinistralité brute, mais uniquement celle dépassant la priorité de la tranche. Le retraitement des données fait dans la partie précédente a permis, pour chaque année de survenance et pour chaque tranche d'étude, d'établir des montants de primes et de sinistralité, revalorisés et projetés. Ce sont ces montants qui seront utilisés dans le calcul des Burning Costs. En reprenant les notations de la partie [4.2](#), pour l'année de survenance i de la tranche de rétention P , son Burning Cost s'exprimera :

$$BC_{P,i} = \frac{C_{i,n}}{P_i} \tag{63}$$

Où $C_{i,n}$ est la sinistralité revalorisée et projetée à l'ultime et P_i est le montant de cotisations revalorisé selon l'index de primes. De cette manière, on peut tracer l'évolution des Burning Costs au fil du temps pour les tranches déjà étudiées plus haut :

Burning Costs par année de survenance pour 3 tranches d'observation

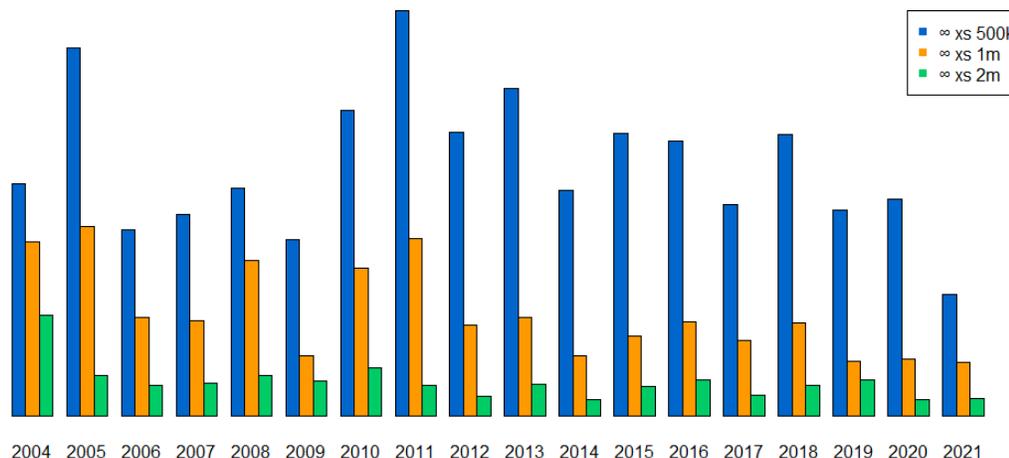


FIGURE 36 – Burning Costs par année de survenance pour 3 tranches d'observation

Cette figure permet la comparaison des tranches et des années de survenance entre elles : ici tout est pris en compte, de l'indexation à la projection, en passant par l'évolution du portefeuille. Elle montre que 2005, a été particulièrement sinistrée proportionnellement à son montant de primes, ce qui ne se voyait pas dans les graphiques précédents. C'est là que les Burning Cost prennent tout leur sens. Alors que la figure 29 montrait pour l'année 2004 une plus forte sinistralité touchant la tranche en excédent de € 2m que la tranche attachant à € 1m, cette figure en donne la raison : cette année là, les cédantes prises en compte dans la plus haute tranche touchait proportionnellement plus de primes. Leur sinistralité supplémentaire ramenée à leurs cotisations, elles se classent en deçà du ratio de la tranche intermédiaire. Plus généralement, l'ordre :

- ∞ xs 500k,
- ∞ xs 1m,
- ∞ xs 2m

de la tranche la plus travaillante à la moins travaillante n'est jamais perturbé. Toutes proportions gardées, la tranche la plus basse est donc la plus sinistrée, suivi de la tranche intermédiaire, suivie de la tranche la plus haute. Cela va dans le sens de l'étude détaillée ici. Comme évoqué plus haut, le modèle développé ci-après a pour but de représenter la sinistralité attritionnelle voire moyenne, et non la sinistralité grave (CAT).

Le but de la modélisation est d'attribuer un Burning Cost propre à chaque tranche, afin de tenir compte des différences de provisionnement dont elles pourraient faire l'objet. Pour parvenir à un ratio unique par tranche, la méthode retenue a été d'effectuer la moyenne pondérée par les primes des Burning Costs de la période retenue. Cette dernière, évoquée dans la partie 5.3.2, est fixée de 2004 à 2020, afin de tenir compte de l'évènement survenu à Ghislenghien (datant de 2004), et d'évincer 2021 (non représentée dans son intégralité). Le manque de sinistralité en 2021 se reconnaît d'ailleurs sur la figure 36 : quelque soit la tranche, les Burning Costs sont significativement plus bas que les autres pour cette année de survenance. La formule suivante donne le Burning Cost retenu pour la tranche de rétention P :

$$BC_P = \frac{\sum_{i=2004}^{2020} P_i \times BC_{P,i}}{\sum_{i=2004}^{2020} P_i} \quad (64)$$

En utilisant la formule [63](#), on peut réécrire :

$$BC_P = \frac{\sum_{i=2004}^{2020} C_{i,n}}{\sum_{i=2004}^{2020} P_i} \quad (65)$$

Autrement dit, les Burning Costs retenus sont aussi égaux au rapport entre la sinistralité ultime de la période retenue et les pimes revalorisées de cette même période. La représentation de ces Burning Costs finaux est donnée ci-dessous :

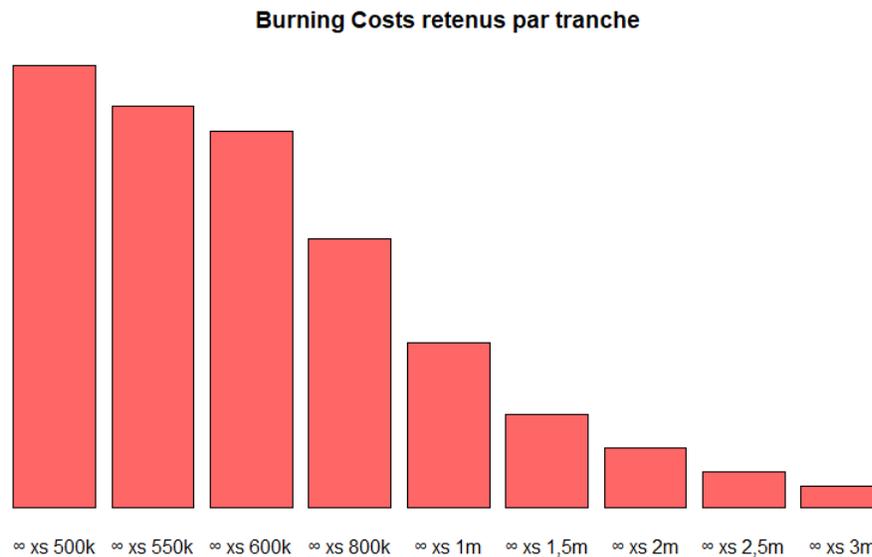


FIGURE 37 – Burning Costs retenus par tranche d'étude

Ce dernier graphique confirme l'étude menée précédemment : on observe une décroissance progressive des Burning Costs. Plus la rétention de la tranche augmente, plus ils diminuent. Cela se comprend car avec la hausse de la priorité, de moins en moins de sinistres sont comptabilisés et ceux qui le sont voient leur contribution diminuer petit à petit (du fait de la rétention grandissante, cf. [57](#)). De l'autre côté, la prime est toujours prise en compte de la même manière, quelle que soit la tranche (au rajout de cédantes près, mais dans ce cas, ces dernières rajoutent également leur sinistralité). Le Burning Cost étant le rapport de ces deux montants, il décroît invariablement.

La partie suivante est consacrée au développement d'un modèle probabiliste calqué sur ces Burning Costs. L'objectif final est d'estimer les pertes attendues pour n'importe quelle structure de réassurance dont la portée et la priorité se trouvent dans le domaine d'étude.

6 Modélisation de la sinistralité

6.1 Le modèle général

Comme vu en fin de présentation générale (cf. [4.3.2](#)), nous allons nous attacher à la modélisation du Burning Cost d'une tranche de limite L et de point d'attachement P :

$$BC_{P,L} = \frac{E(N)E(X_1)}{e}$$

Cependant, il est plus juste d'écrire :

$$BC_{P,L} = \frac{E(N)E(X_{P,L})}{e}$$

En effet, seule la sinistralité de la tranche considérée va nous intéresser. En notant X la variable aléatoire modélisant la sinistralité classique, on s'attachera à sa transformation $X_{P,L}$ définie par sa fonction de distribution :

$$F_{X_{P,L}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ F_X(x+P) & \text{si } 0 < x \leq L-P \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

Dès lors, on a :

$$E(X_{P,L}) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_{X_{P,L}}(x) dx \quad (66)$$

$$= \int_0^{\infty} x f_{X_{P,L}}(x) dx \quad (67)$$

$$= \left[x F_{X_{P,L}}(x) \right]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} F_{X_{P,L}}(x) dx \quad (68)$$

$$E(X_{P,L}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x F_{X_{P,L}}(x) - \int_0^{\infty} F_{X_{P,L}}(x) dx \quad (69)$$

Or : $\lim_{x \rightarrow +\infty} F_{X_{P,L}}(x) = 1$, soit $F_{X_{P,L}}(x) \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} 1$. Ainsi, $x F_{X_{P,L}}(x) \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} x$.

$$E(X_{P,L}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x - \int_0^{\infty} F_{X_{P,L}}(x) dx \quad (70)$$

$$= \int_0^{\infty} 1 dx - \int_0^{\infty} F_{X_{P,L}}(x) dx \quad (71)$$

$$= \int_0^{\infty} 1 - F_{X_{P,L}}(x) dx \quad (72)$$

$$(73)$$

Ensuite, on remarque que :

$$E(X_{P,L}) = \int_0^\infty 1 - F_{X_{P,L}}(x) dx \quad (74)$$

$$= \int_0^{L-P} 1 - F_{X_{P,L}}(x) dx + \underbrace{\int_{L-P}^\infty 1 - F_{X_{P,L}}(x) dx}_{=0} \quad (75)$$

$$= \int_0^{L-P} 1 - F_{X_{P,L}}(x) dx \quad (76)$$

$$= \int_0^{L-P} 1 - F_X(x + P) dx \quad (77)$$

$$= \int_P^L 1 - F_X(t) dt \quad (78)$$

Cette dernière ligne est obtenue en effectuant le changement de variable suivant : $t = x + P$. Naturellement, on a $dt = dx$ et le changement de bornes indiqué ci-dessus. Cette formule permet donc d'aboutir à celle que nous utiliserons dans le cadre de la modélisation finale :

$$BC_{P,L} = \frac{E(N)E(X_{P,L})}{e} = \frac{E(N)}{e} \int_P^L 1 - F_X(t) dt \quad (79)$$

6.2 Estimation des lois de probabilité

Dans cette partie, nous allons développer les calculs permettant d'aboutir aux expressions littérales des paramètres des lois utilisées. Nous présenterons également les résultats, égaux à ceux obtenus à une multiplication par une constante près. Dans les deux modèles suivants, un seuil de sinistralité x_m est utilisé : il s'agit de la valeur minimale que la somme agrégée des indemnisations d'une tranche peut prendre. Dans ce mémoire, nous n'observons les données qu'au delà du plus petit seuil de déclaration des cédantes, c'est à dire € 500k. C'est donc tout naturellement que la modélisation démarrera depuis ce point. Nous aurons donc toujours : $x_m = 500\,000$. Ceci dit, nous pouvons entamer la suite.

6.2.1 Le modèle Poisson-Pareto

Il s'agit du premier modèle testé. Il combine la loi de Poisson en fréquence et de Pareto en sévérité. La loi de Poisson est largement utilisée dans l'actuariat non vie pour modéliser la survenance d'événements de fréquence et de variance similaires. La loi de Pareto, quant à elle, est employée pour modéliser la sévérité. Faisant partie des lois de la théorie des valeurs extrêmes, elle est largement employée en réassurance pour représenter les dépassements de seuils. Comme nous ne nous intéressons qu'à la sinistralité en excédent d'un certain point, la loi de Pareto coïncide bien avec nos attentes. Elle est caractérisée par la fonction de répartition suivante :

$$F_X(x) = 1 - \left(\frac{x_m}{x}\right)^k$$

Où $X \sim \text{Pareto}(x_m, k)$. x_m correspond au seuil au delà duquel on observe les résultats, avec $x \geq x_m$. Le paramètre k est appelé indice de Pareto. Ces généralités rappelées, nous allons maintenant présenter les calculs permettant d'aboutir à l'estimation des paramètres.

$$BC_{P,L} = \frac{E(N)E(X_{P,L})}{e} = \frac{E(N)}{e} \int_P^L 1 - F_X(t) dt \quad (80)$$

$$= \frac{\lambda}{e} \int_P^L \left(\frac{x_m}{x}\right)^k dx \quad (81)$$

$$= \frac{\lambda x_m^k}{e} \left[\frac{x^{1-k}}{1-k} \right]_P^L \quad (82)$$

$$BC_{P,L} = \frac{\lambda x_m^k}{e(k-1)} (P^{1-k} - L^{1-k}) \quad (83)$$

Les tranches étudiées sur lesquelles nous allons appliquer notre modèle étant des tranches illimitées, nous pouvons utiliser la formule $BC_{P,\infty}$. Dans ce cas, nous faisons l'hypothèse que le paramètre k est strictement plus grand que 1. Ainsi, la formule finale du Burning Cost pour une tranche ∞ xs P est :

$$BC_{P,\infty} = \frac{\lambda x_m^k}{e(k-1)} P^{1-k} \quad (84)$$

Afin de retomber sur une forme plus manipulable, on passe dans un environnement logarithmique :

$$\ln(BC_{P,\infty}) = (1-k) \ln(P) + \ln\left(\frac{\lambda x_m^k}{e(k-1)}\right) \quad (85)$$

On obtient une relation affine entre le logarithme népérien du Burning Cost et celui du point d'attachement de la tranche étudiée. Cela va nous permettre d'estimer les paramètres. En notant s le coefficient directeur de la droite ainsi obtenue et i son ordonnées à l'origine, on a :

$$s = 1 - k \quad (86)$$

$$\Leftrightarrow k = 1 - s \quad (87)$$

Et :

$$i = \ln\left(\frac{\lambda x_m^k}{e(k-1)}\right) \quad (88)$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \frac{e(k-1)}{x_m^k} e^i \quad (89)$$

On obtient donc l'expression littérale des paramètres des lois de Poisson et Pareto.

Afin de donner un ordre de grandeur des paramètres finaux, la régression a été effectuée sur des données modifiées en fréquence comme en sévérité. Les résultats sont condensés dans le tableau ci-dessous :

Loi de fréquence	Loi de sévérité
Poisson : $\lambda = 462,25$	Pareto : $k = 2,57$

La représentation graphique de la régression affine est donnée ci-après :

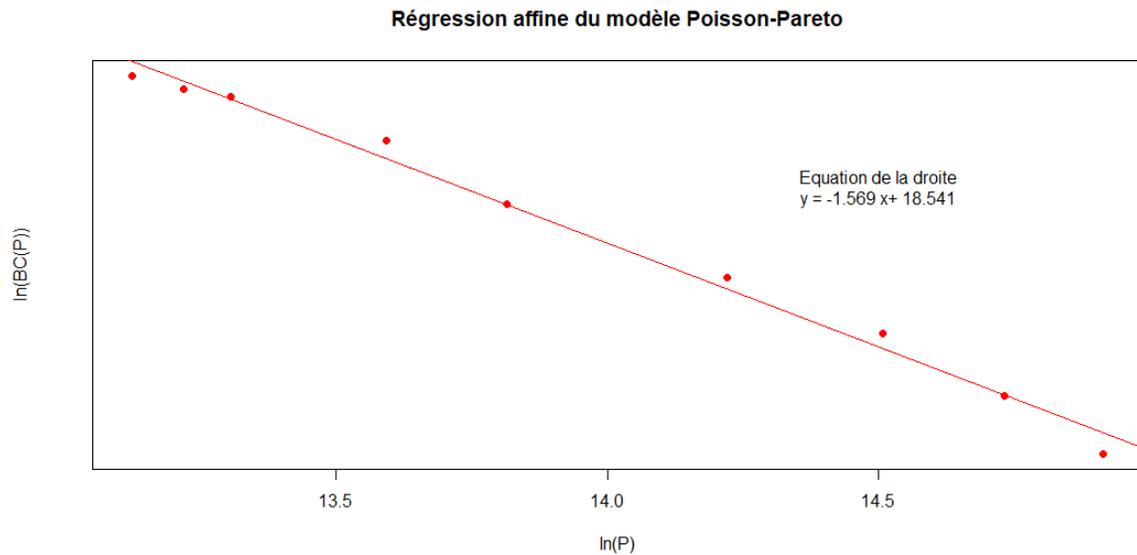


FIGURE 38 – Régression affine du modèle Poisson Pareto

L'écart quadratique moyen, plus loin dénommé RMSE (pour *Root Mean Squared Error*), est un indicateur de performance des modèles. Il calcule la racine carrée de la moyenne des écarts au carré entre le modèle prédictif et les données réellement observées :

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (BC_i - \hat{BC}_i)^2} \quad (90)$$

Où n est le nombre d'observations, c'est à dire dans notre cas le nombre de tranches d'étude, BC_i le *burning cost* réel de la $i^{\text{ème}}$ tranche et \hat{BC}_i le *burning cost* estimé par le modèle. On s'aperçoit que cet indicateur pénalise plus fortement les grands écarts que les petits, du fait de la somme des carrés dans la racine. Dans notre situation, comme on peut le voir sur la figure

[38], nous n'observons de points particulièrement aberrant par rapport à la droite de régression (qui représente les *burning cost* estimés). Ainsi, le RMSE semble tout indiqué pour mesurer la performance de la prédiction du modèle ci-dessus. Toujours basé sur les données modifiées, sa valeur est de :

$$RMSE_{Poisson\ Pareto} = 0,1071 \quad (91)$$

Il sera à comparer avec le RMSE du second modèle détaillé ci-dessous, le Poisson Benktander, l'idée étant que plus cet indicateur est faible, plus le modèle colle à la réalité.

6.2.2 Le modèle Poisson-Benktander

Il s'agit du second modèle testé dans le cadre de ce mémoire. La loi de fréquence reste inchangée, tandis que celle de sévérité devient une Benktander. Cette loi est également employée en réassurance. Elle permet de modéliser des événements en excédent d'un certain seuil : son support est $[1; +\infty]$. On va donc s'en servir pour modéliser la variable $\frac{X}{x_m}$, où x_m correspond au minimum de la distribution de la sinistralité X . Elle est caractérisée par la fonction de répartition suivante :

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - x^{b-1} \exp\left(\frac{a}{b}(1 - x^b)\right) & \text{si } x \geq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (92)$$

Ses paramètres a et b doivent respectivement être strictement positif et compris entre 0 et 1. En employant toujours les mêmes notations que précédemment, nous pouvons écrire :

$$BC_{P,L} = \frac{E(N)E(X_{P,L})}{e} = \frac{E(N)}{e} \int_P^L 1 - F_X(t) dt \quad (93)$$

$$= \frac{\lambda}{e} \int_P^L \left(\frac{x}{x_m}\right)^{b-1} e^{\frac{a}{b}(1 - (\frac{x}{x_m})^b)} dx \quad (94)$$

$$= \frac{\lambda e^{\frac{a}{b}}}{e x_m^{b-1}} \int_P^L x^{b-1} e^{-\frac{a}{b}(\frac{x}{x_m})^b} dx \quad (95)$$

On effectue le changement de variable suivant :

$$u = -\frac{a}{b} \left(\frac{x}{x_m}\right)^b$$

Naturellement :

$$\frac{du}{dx} = -\frac{a bx^{b-1}}{x_m^b}$$

$$\frac{du}{dx} = -\frac{ax^{b-1}}{x_m^b}$$

Formellement, on peut écrire :

$$dx = -\frac{x_m^b}{ax^{b-1}} du$$

En remplaçant dans l'équation (95), on obtient :

$$BC_{P,L} = \frac{\lambda e^{\frac{a}{b}}}{ex_m^{b-1}} \int_{-\frac{a}{b}(\frac{P}{x_m})^b}^{-\frac{a}{b}(\frac{L}{x_m})^b} -\frac{x_m^b}{a} e^u du \quad (96)$$

$$= -\frac{\lambda e^{\frac{a}{b}} x_m}{ea} \int_{-\frac{a}{b}(\frac{P}{x_m})^b}^{-\frac{a}{b}(\frac{L}{x_m})^b} e^u du \quad (97)$$

$$= -\frac{\lambda e^{\frac{a}{b}} x_m}{ea} [e^u]_{-\frac{a}{b}(\frac{P}{x_m})^b}^{-\frac{a}{b}(\frac{L}{x_m})^b} \quad (98)$$

$$= \frac{\lambda e^{\frac{a}{b}} x_m}{ea} (e^{-\frac{a}{b}(\frac{P}{x_m})^b} - e^{-\frac{a}{b}(\frac{L}{x_m})^b}) \quad (99)$$

Cette formule permet donc d'obtenir le Burning Cost d'une tranche quelconque de priorité P et de limite L . Afin de pouvoir utiliser nos données, nous considérons comme précédemment une tranche illimitée : on fait tendre L vers l'infini.

$$BC_{P,\infty} = \frac{\lambda e^{\frac{a}{b}} x_m}{ea} e^{-\frac{a}{b}(\frac{P}{x_m})^b} \quad (100)$$

Comme précédemment, on passe à la forme logarithmique :

$$\ln(BC_{P,\infty}) = -\frac{a}{bx_m^b} P^b + \ln\left(\frac{\lambda x_m}{ea}\right) + \frac{a}{b} \quad (101)$$

On retrouve une relation linéaire entre le Burning Cost et, cette fois, la priorité de la tranche illimitée à la puissance b .

Une régression linéaire nous permet donc de déterminer les paramètres des lois utilisées. En notant s le coefficient directeur obtenu et i l'ordonnée à l'origine, on peut écrire :

$$s = -\frac{a}{bx_m^b} \quad (102)$$

$$\Leftrightarrow a = -sbx_m^b \quad (103)$$

Et :

$$i = \ln\left(\frac{\lambda x_m}{ea}\right) + \frac{a}{b} \quad (104)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\lambda x_m}{ea} = e^{i - \frac{a}{b}} \quad (105)$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \frac{ea}{x_m} e^{i - \frac{a}{b}} \quad (106)$$

On obtient donc l'expression littérale des paramètres des lois de Poisson et Benktander.

De même que précédemment, afin de donner un ordre de grandeur des paramètres retenus, la régression a été effectuée sur les mêmes données modifiées que plus haut. Les résultats sont condensés dans le tableau ci-dessous :

Loi de fréquence	Loi de sévérité
Poisson : $\lambda = 271,30$	Benktander : $a = 1,035$ et $b = 0,45$

La représentation graphique de la régression affine est donnée ci-après :

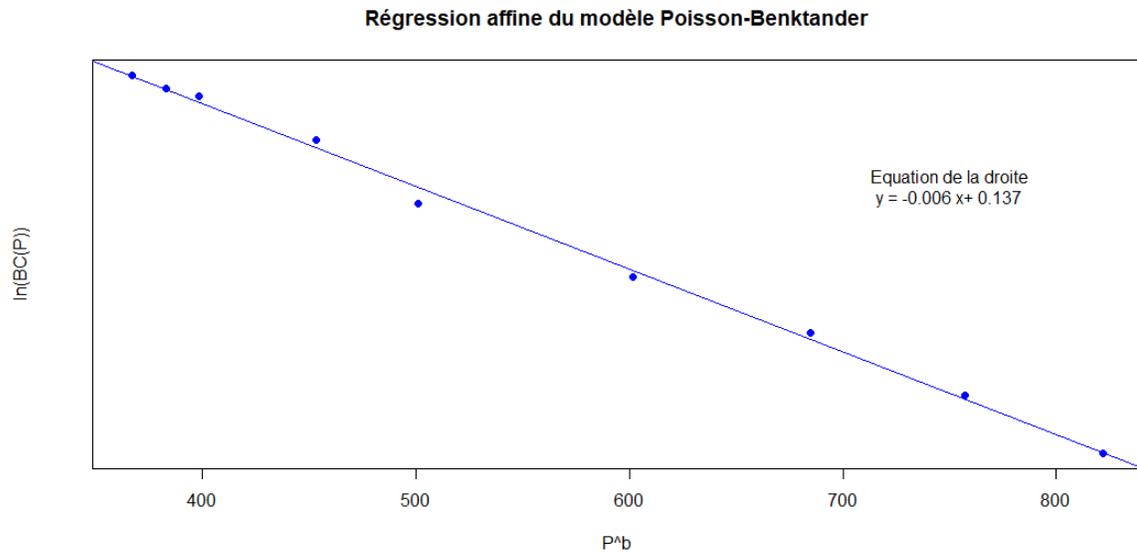


FIGURE 39 – Régression affine du modèle Poisson Benktander

Cette fois, la régression se faisant sur la priorité des tranches et non leur logarithme, l'abscisse du graphique n'est plus le même. Cependant, l'allure de la droite de la régression est semblable, et pour départager ces deux modèles, le choix d'utiliser le RMSE a été fait. Dans le cas du Poisson Benktander, cet indicateur est de :

$$RMSE_{Poisson\ Benktander} = 0,0609 \quad (107)$$

C'est donc ce dernier modèle qui jouit du meilleur critère de performance, et est retenu par rapport au Poisson Pareto. Ci-dessous se trouve la représentation des lois calibrées :

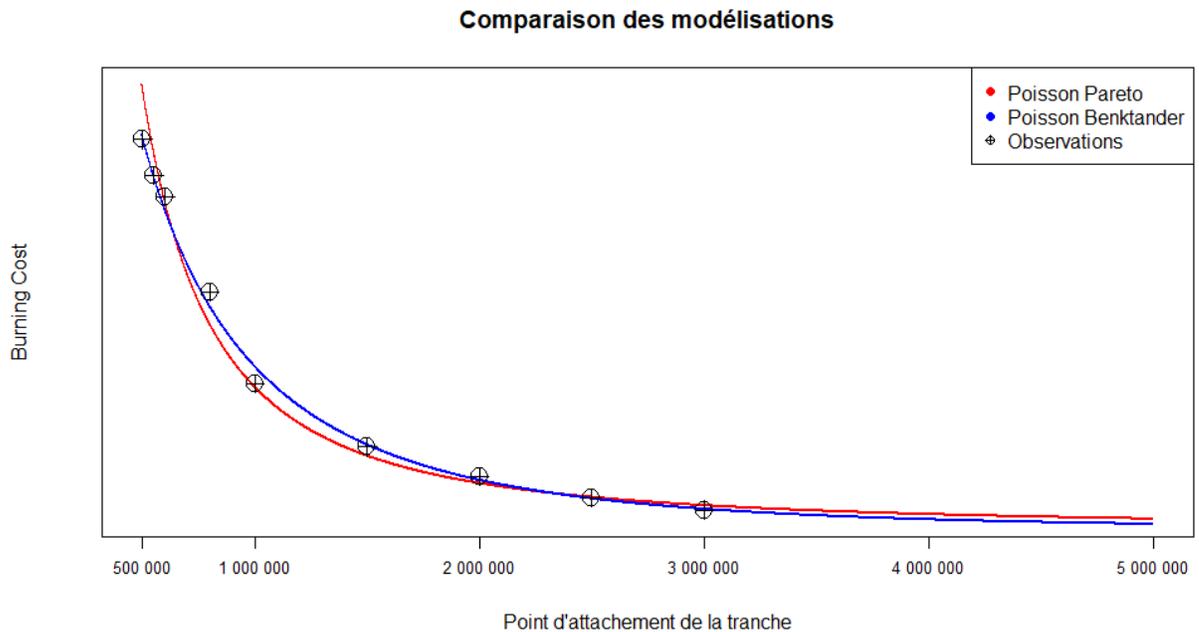


FIGURE 40 – Comparaison des modèles calibrés

Cette figure confirme le choix du modèle fait sur le critère du RMSE. Les points noirs correspondent aux montants de *burning costs* calculés dans la partie précédente. La superposition des deux courbes montre clairement que le modèle de Poisson Benktander est plus approprié :

- sur les tranches les plus basses, le modèle de Poisson Pareto prédit une sinistralité plus importante que les valeurs réellement observées, là où le Poisson Benktander se calque quasiment parfaitement sur les points,
- sur les tranches intermédiaires, la courbe rouge est systématiquement en deçà de *burning costs* effectifs : cette fois, la sinistralité modélisée est plus faible que les données d'entrée. Le modèle Poisson Benktander accompagne plus fidèlement les observations : autant de points sont situés au-dessus comme en-dessous de la courbe bleue.
- sur les tranches les plus hautes, le modèle Poisson Pareto rencontre les mêmes problèmes que sur les rétentions plus faibles. Les points observés révèlent une sinistralité moindre que celle que le modèle prédit. Encore une fois, Poisson Benktander se situe au plus

proche des *burning costs* réels.

Moins convexe que le modèle de Poisson Pareto, Poisson Benktander s'accorde visuellement donc mieux aux données de calibration. Ce constat étant confirmé par le critère du RMSE, c'est donc bien lui qui sera retenu dans l'approche de ce mémoire. Il reste à évaluer ce modèle, en le confrontant à des structures de réassurance concrètes qu'un assureur pourrait demander dans le cadre d'un renouvellement.

6.3 Mise en application du modèle

L'intérêt d'un modèle est d'être appliqué à des situations réelles. Celui qui a été développé dans ce mémoire a servi à effectuer la tarification des traités de réassurance de la ligne d'activité accident du travail, pour les cédantes belges. Le but de cette partie est de le confronter à des structures concrètes et d'étudier son comportement. Il est à noter que de manière générale, en réassurance non vie, les traités les plus souscrits sont les non proportionnels, et plus spécifiquement, les excédents de sinistres (ou *excess of loss*, cf. [2.3.2](#)). C'est donc à ce type de structures que la suite de ce mémoire est consacrée.

La sinistralité modélisée constitue la base de la tarification d'un traité de réassurance. Un réassureur, comme un assureur, supporte également des frais de natures diverses liés à l'émission et à la gestion des contrats. Pour financer ces frais, le réassureur est amené à ajouter des chargements en plus de la tarification pure. Rappelons ci-dessous le découpage d'une prime d'assurance/réassurance :

- la prime pure : il s'agit de la tarification de la structure de réassurance demandée par la cédante, sur la base de son historique,
- la prime d'inventaire : elle est égale à la prime pure chargée des frais d'inventaire (frais de gestion, liés à la vie des traités),
- la prime d'acquisition ou prime de réduction : elle correspond à la prime d'inventaire augmentée des frais d'acquisition (frais liés aux dépenses faites pour acquérir les traités),
- la prime commerciale : il s'agit de la prime d'acquisition chargée aux taux d'encaissement. Elle est la prime de réassurance finale demandée à la cédante.

Le modèle détaillé dans la partie précédente ne prédit que la prime pure, c'est à dire le montant espéré de sinistralité en fonction de la tranche. Il appartient au réassureur de fixer ses chargements d'inventaire, d'acquisition et commerciaux. Passons maintenant à l'étude des prédictions. On rappelle ci-dessous la formule permettant d'aboutir au *burning cost* espéré de la tranche de rétention P et de limite L (de portée $L - P$), dans le cadre du modèle Poisson Benktander retenu :

$$BC_{P,L} = \frac{\lambda e^{\frac{a}{b}} x_m}{ea} \left(e^{-\frac{a}{b} \left(\frac{P}{x_m}\right)^b} - e^{-\frac{a}{b} \left(\frac{L}{x_m}\right)^b} \right) \quad (108)$$

La sinistralité espérée s'en déduit en multipliant ce *burning cost* par le facteur d'exposition e :

$$S_{P,L} = \frac{\lambda e^{\frac{a}{b}} x_m}{a} (e^{-\frac{a}{b} (\frac{P}{x_m})^b} - e^{-\frac{a}{b} (\frac{L}{x_m})^b}) \quad (109)$$

La première analyse menée a été la suivante : basés sur un même niveau de rétention, nous avons progressivement fait augmenter le montant de couverture. La priorité considérée est de € 1m, et en notant C la portée de la tranche, celle-ci s'exprime donc : C xs 1m. Bien sûr, il est prévisible que la sinistralité attendue va être une fonction croissante de la couverture : plus celle-ci augmente, plus une grande proportion des sinistres dépassant la rétention va être comptabilisée, et plus la sinistralité espérée va augmenter. Le point intéressant est plutôt de constater la vitesse à laquelle elle augmente, et la forme générale de la courbe.

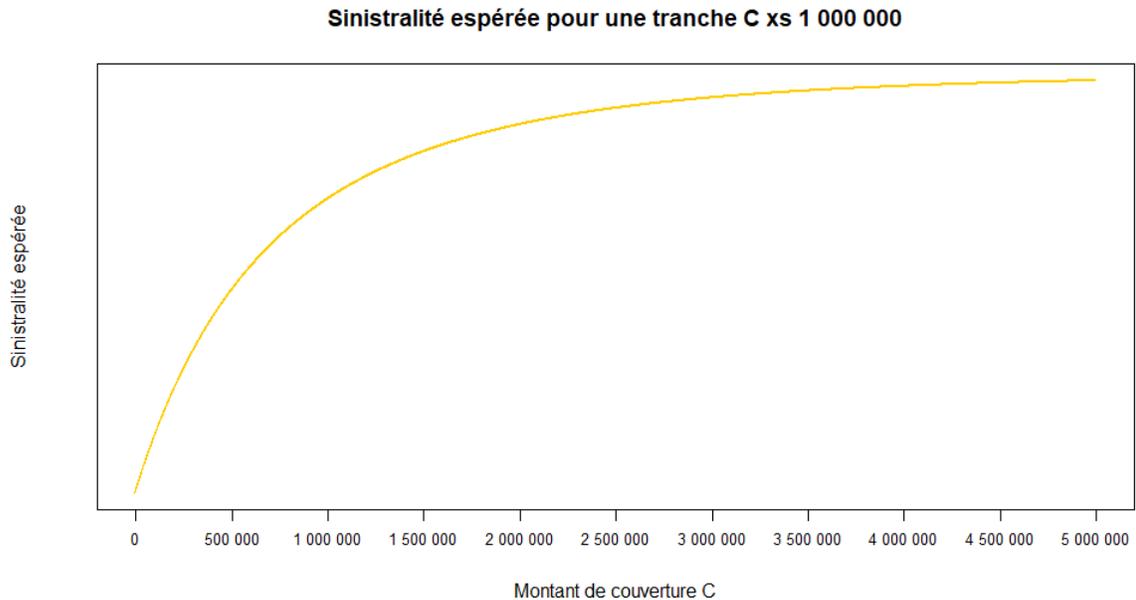


FIGURE 41 – Variation de la sinistralité espérée d'une tranche C xs 1m

Sur la base d'une même rétention, ce graphique confirme la croissance de l'indemnisation espérée avec la couverture demandée. D'autre part, il montre la concavité de la sinistralité attendue. Cela signifie que cette croissance est de moins en moins rapide au fur et à mesure que la couverture augmente : pour un passage de portée de € 0 à € 1m (augmentation de la couverture de € 1m), le prix de la tranche sera bien plus élevé que le rajout d'€ 1m de couverture de € 4m à € 5m. En effet, les sinistres attritionnels et moyens étant bien plus fréquents que les sinistres graves, la partie la plus basse de la couverture joue bien plus régulièrement que la partie haute. Etant plus fréquemment impactée, c'est elle qui contribue le plus à la sinistralité finale attendue : ceci explique la concavité du modèle.

Après s'être placés en iso-rétention, la prochaine figure se place en iso-portée. L'idée est qu'une même couverture à différents niveaux d'attachement conduira à une sinistralité différente. Comme précédemment, on peut d'ores et déjà supputer le sens de variation de cette courbe :

pour un même niveau de couverture, l'augmentation de la rétention devrait diminuer la sinistralité attendue.

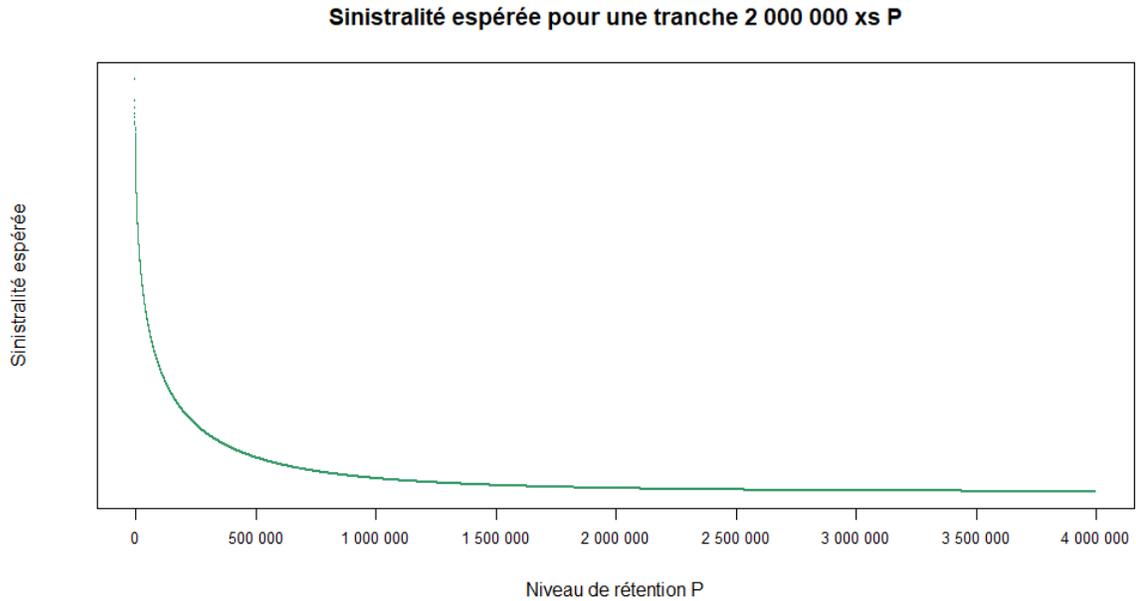


FIGURE 42 – Variation de la sinistralité espérée d'une tranche 2m xs P

Cette figure montre bien la décroissance de la sinistralité espérée en fonction du niveau de rétention. Cela s'explique par le fait que pour un même montant de couverture (ici € 2m), plus la priorité croît, moins de sinistres la dépassent, et pour ceux la dépassant encore la partie comptabilisée dans la tranche diminue. Ensuite, on note la convexité de la courbe. Plus la rétention augmente, plus la sinistralité espérée diminue rapidement : comme précédemment, cela est dû à la faible fréquence des sinistres graves en comparaison de celle des indemnités plus "communes". Entre une tranche de priorité € 500k et € 1m, la diminution de sinistralité espérée est bien plus importante qu'entre € 3.5m et € 4m, quand bien même la variation de rétention est la même. En effet, le nombre de sinistres compris dans le premier intervalle est plus élevé que celui appartenant au second, causant ces écarts "à deux vitesses".

Finalement, cette partie a permis de segmenter le fonctionnement du modèle Poisson-Benktander. La première analyse faite à rétention fixe a mis en évidence son comportement en sévérité : la priorité étant constante, le nombre de sinistres la dépassant l'était également. Seule la prise en compte de leur sévérité évoluait avec la portée de la couverture, une évolution croissante et concave comme vu sur la figure 41. L'aspect fréquence a été mis en lumière par l'analyse à couverture constante : en faisant varier la priorité, nous avons pu observer le comportement du modèle vis à vis du nombre de sinistres qu'il fait entrer à chaque niveau de rétention. Cette évolution est convexe décroissante, comme le montre le graphique 42 ci-dessus.

Ce modèle possède toutefois certaines limites. Tout d'abord, son domaine d'étude : il se base sur des données transmises en excédent de € 500k. La tarification des structures de réassurance attachant en deçà de ce point n'est donc pas possible avec ce modèle. Cela se voit sur la figure 42 où pour des niveaux de priorité inférieurs à ce seuil, la sinistralité espérée atteint des sommets.

Cependant, dans les faits, les traités de réassurance ayant une rétention inférieure à ce montant sont rares voire inexistants. A l'inverse, pour les portées élevées c'est à dire s'étendant au-delà de plusieurs millions, ce modèle est perfectible. Les données sur lesquelles il se base étant plus riches en sinistres attritionnels/moyens, ses prédictions sur des tranches élevées ne seront pas aussi précises que sur des tranches basses et intermédiaires. Cette limite avait déjà été abordée lors de la présentation des données, et les observations faites dans cette partie la confirment. Les tranches CAT doivent faire l'objet d'une tarification qui leur soit propre, basée sur des données adaptées. Cela dit, ce modèle est tout à fait valable sur la quasi totalité des structures de réassurance de la ligne d'activité "Accident du Travail", pour le marché belge, et a été employé par les équipes de souscription de Swiss Re lors du dernier renouvellement.

7 Conclusion générale

La garantie accident du travail est une branche de l'assurance qui nécessite une compréhension approfondie de son fonctionnement. Présente sur différents marchés aux nombreuses spécificités, il est primordial d'en saisir les nuances si l'on veut correctement modéliser le risque qu'il représente pour l'assureur aussi bien que pour le réassureur. Sa nature accidentelle en fait une branche particulièrement coûteuse, et les versements d'indemnités peuvent s'étaler sur de nombreuses années. Les montants dont il est question dépassent parfois plusieurs millions d'euros, et sont des dossiers qui ne peuvent être qualifiés d'anodins.

En Belgique, assurer ses employés contre ce risque est une obligation légale : chaque entreprise est tenue d'acheter une couverture minimale, à laquelle peut s'ajouter une seconde facultative, qualifiée d' "extra légale". La Fedris (l'Agence Fédérale des Risques Professionnels en Belgique) enregistre un peu plus d'une centaine de milliers d'accidents du travail en 2020, sur le lieu de travail comme sur le chemin y menant. Parmi eux, un peu moins de la moitié a engendré une incapacité temporaire et 11% ont résulté en une incapacité permanente. La Belgique dispose d'un cadre légal très réglementé autour de l'accident du travail, et chaque cas est unique. Ce mémoire a pour objectif de proposer une nouvelle approche de ce risque, afin de coller au plus proche des développements de la sinistralité. Base de la tarification des traités, la modélisation de l'accident du travail présentée ici s'appuie sur le développement d'un modèle marché. Plus qu'un simple benchmark, ce dernier permettra par la suite de tarifier les structures de réassurance demandées par les cédantes.

Après avoir présenté les milieux de la réassurance et de l'accident du travail en Belgique, ce mémoire a rappelé quelques généralités actuarielles nécessaires à sa compréhension. Utilisant différentes méthodes de provisionnement comme de modélisation, il était intéressant de les présenter au lecteur avant des les employer dans un cadre concret. Dans un second temps, cette étude s'est attachée à la présentation des données employées. Issues des packs de renouvellement des acteurs du marché de l'accident du travail belge, leur forme a nécessité un retraitement avant d'être implémentées dans les modèles développés. La création d'indices de prime et de sinistres, le projection des indemnisations jusqu'à leur montant ultime sont autant de retraitements effectués. Ainsi reformatée, la sinistralité a ensuite été rapportée aux cotisations perçues constituant les *burning costs*, bases de la modélisation probabiliste.

Les modèles collectifs calibrés sur ces données ont été sélectionnés selon le critère du RMSE. Le plus proche des observations, le modèle de Poisson Benktander, colle au plus proche des données. Bien que possédant certaines limites, notamment concernant la tarification des tranches les plus basses et élevées, il est utilisable sur la plupart des traités de réassurance : les structures de réassurance attachant en deçà du seuil retenu étant très rares voire inexistantes, et les expositions CAT faisant l'objet de couvertures à part, l'approche développée dans ce mémoire est valide dans les cas généraux. Pour les tarifications plus originales, ce modèle peut constituer une base à affiner.

Son adaptabilité à chaque cédante (disposant d'un historique ou non), sa rapidité d'utilisation, son fondement sur des données représentatives (plus de 90% du marché représenté), font de cette étude un modèle pertinent. Ses limites, évoquées dans le paragraphe précédent, ainsi que la perte de l'aspect *tailor made* des tarifications individuelles viennent contraster ces résultats. Toutefois, dans un contexte de forte concurrence et dans une période aussi tendue que le renouvellement, il est vital pour un réassureur de disposer d'un modèle rapide, efficace, s'adaptant

à chaque assureur. Même s'il ne s'agit pas du prix final accordé au traité de réassurance, cette approche permet d'en donner une idée relativement précise, et de comparer les portefeuilles des cédantes entre elles. Pour conclure, l'approche proposée dans ce mémoire, certes affuable, peut largement être déployée sur les structures de réassurance classiques et en donner une tarification tout à fait crédible.

Références

- [1] VAN GOSSUM L., SIMAR N., STRONGYLOS M., MASSART G., CLESSES J. [2018] «Les accidents du travail », *Droit Social*, 9^e Edition.
- [2] NEW YORK STATE [2001] «Workers' Compensation Board ».
- [3] VASECHKO O., GRUN-REHOMME M., BENLAGHA N. [2008] «Modélisation de la fréquence des sinistres en assurance automobile ».
- [4] LAMAUD A. [2018] «Etude sur la modélisation statistique du risque tempête d'un assureur dans le contexte de la réassurance ».
- [5] KILANY N.M., HASSANEIN W.A., MENOUFIA UNIVERSITY [2018] «Characterization of Benktander Type II Distribution via Truncated Moments and Order Statistics », *International Journal of Probability and Statistics*, 106-113.
- [6] THEROND P. [2012] «Théorie des valeurs extrêmes », *L'Actuariel*, 52-54.
- [7] POULIN M. [2012] «Analyse des solutions actuarielles en tarification des traités de réassurance non-proportionnels Non-Vie ».
- [8] PLANCHET F. [2017] «Enjeux en termes de modélisation », *Solvabilité et valeurs extrêmes*.
- [9] ATLAS MAGAZINE,[2021] «Marché mondial de la réassurance : spécial renouvellement 2022 ».
- [10] SWISS REINSURANCE COMPANY [2021] «2021 Annual Report », *Letter to Shareholders*.
- [11] ATLAS MAGAZINE [2022] «Concentration du marché de la réassurance ».
- [12] AGENCE FEDERALE DES RISQUES PROFESSIONNELS [2020] «Rapport annuel statistique Accident du Travail ».
- [13] LEONI L. [2017] «Histoire de la prévention des risques professionnels », *Regards*, N°51, 21-31.